

Efikasno računanje rastojanja između skupova geometrijskih objekata u ravni

Danica M. Porobić, *Student Member, IEEE*

Sadržaj — Rastojanja između skupova objekata u ravni je jedan od fundamentalnih problema u kompjuterskoj geometriji za koji još uvek ne postoji precizno rešenje. Primene ovog problema su mnogobrojne u oblastima geoinformacionih sistema i prostornog projektovanja. U ovom radu su predstavljena tri načina prostornog indeksiranja podataka sa ciljem ubrzavanja pretrage i uporedene njihove performanse.

Ključne reči — kompjuterska geometrija, prostorni indeks, rastojanja u ravni

I. UVOD

RASTOJANJA u ravni su problem koji je već dugo predmet interesovanja istraživača i praktičara u oblasti računarske geometrije, prvenstveno zbog primene na širok spektar praktičnih problema, naročito u geoinformacionim sistemima.

U geoinformacionim sistemima vrlo su česti sledeći tipovi objekata: tačke koje predstavljaju sve koordinate neke vrste stvarnih objekata (npr. benzinskih stanica, restorana brze hrane, prodavnica auto delova...), izlomljene linije koje predstavljaju puteve i reke i poligoni koji predstavljaju prirodne objekte (jezera, mora...), objekte koje je čovek konstruisao (zgrade) ili razna administrativna područja (granice opština, delova gradova ili područja pokrivena signalom specifične bazne stanice mobilne telefonije). Tipičan podproblem u ovim sistemima je nalaženje najbližeg (ili najbližih nekoliko) objekta datoj tački (nearest neighbour problem), kao i nalaženje svih objekata čiji je presek sa predefinisanim pravougaonikom neprazan (query window problem).

Tipično rešenje ove vrste problema je višestruko filtriranje. Svi objekti se nalaze u nekoj strukturi podataka koja predstavlja neki prostorni indeks. Pod pretpostavkom da je indeksna struktura dobro definisana, upit nad indeksom će brzo odbaciti objekte koji sigurno nisu u rezultatu. Ovo je poznato pod imenom primarni filter. Zatim se nad tim smanjenim skupom primenjuje egzaktna funkcija, dosta sporija, koja određuje da li se objekat nalazi u rezultatu ili ne. Ovaj korak je poznat kao sekundarni filter. Ukoliko nad podacima postoji više indeksa, moguće je i rešenje sa nekoliko primarnih filtera. Jedino ograničenje koje postoji kod filtriranja je činjenica da svaki filter treba da smanji broj potencijalnih rezultata

upita, ali da ne sme da izbacii nijedan tačan rezultat (false negative).

Bilo da (geoinformacioni) sistem koristi bazu podataka ili posebno implementiranu strukturu za skladištenje podataka, podaci su indeksirani, što omogućuje primarno filtriranje u upitu za pronalaženje najbližih objekata. Ovaj upit se obično sreće u situacijama koje se rečnikom oblasti baza podataka može izraziti kao 'prostorni spoj po kriterijumu rastojanja' (spatial distance join) nad dve tabele sa prostornim podacima. Ukoliko su objekti jednostavni (tačke, linije i poligoni sa relativno malo tačaka) sekundarni filter je vrlo efikasan. Međutim, u slučaju kompleksnih objekata – skupova tačaka, linija i poligona sa velikim brojem tačaka – situacija se komplikuje, jer jednostavni pristupi direktnom izračunavanju rastojanja više nisu dovoljno efikasni, tačnije ne postoji jedan pristup koji je efikasan za sve vrste kompleksnih objekata.

U nastavku će biti prikazana tri načina prostornog indeksiranja: quad stabla, R stabla i Voronoi dijagrami. Takođe biće upoređenje performanse quad stabla i R stabala u odnosu na direktno izračunavanje. Konačno, na kraju će biti dati zaključci i mogući pravci budućeg istraživanja.

II. PRISTUPI RAČUNANJU RASTOJANJA

A. Naivni pristup

Prva ideja koja pada na pamet pri pomenu nalaženja rastojanja između dva skupa je izračunavanje svih mogućih rastojanja između elemenata skupova i biranje najmanjih od njih. Ona se implementira tako što se prvo prođe kroz sve tačke elemenata prvog skupa i za svaki se nadje najbliži element iz drugog skupa. Najbliži element iz drugog skupa se nalazi tako što se izračuna rastojanje do svih elemenata drugog skupa. Zatim se ovaj postupak ponovi sa zamenjenim skupovima.

B. Quad stabla

Quad stabla spadaju u kategoriju hijerarhijskih stabala, čija je osnovna osobina ta da se baziraju na principu rekurzivne dekompozicije. Glavna prednost hijerarhijskih u odnosu na druge slične strukture je mogućnost da se koncentrišu na 'interesantne' podskupove skupa podataka. Ovo ih čini posebno efikasnim u skupovnim operacijama. Quad stabla su prvi put opisana u [1] kao adaptacija binarnih stabala pretrage na dve dimenzije.

Osnovna vrsta quad stabala su pravougaona regionska stabla. Korenskom čvoru ovog stabla dodeljen je pravougonik kome sigurno pripadaju svi elementi koji

moгу biti ubačeni u stablo. Svaki unutrašnji čvor ovog stabla ima 4 naslednika koji odgovaraju severno-istočnom, severno-zapadnom, jugo-istočnom i jugo-zapadnom pravougaoniku, koji se dobijaju podelom pravougaonika osama simetrije. Listovi stabla sadrže pokazivače na elemente koji se nalaze u pravougaoniku koji odgovara tom listu. Primetimo da listovi stabla sadrže neki podelu korenskog pravougaonika na manje pravougaonike. Ova podela se zove quadtree podela i sama ima primene u kompjuterskoj grafici i dizajnu integrisanih kola.

Druga verzija su tačkasta quad stabla. Kod njih se u svakom čvoru (i unutrašnjem i listu) nalazi po jedna tačka. Konstruišu se tako što se pri ubacivanju nađe pravougaonik kome pripada ta tačka i on se podeli na 4 dela tako da je presek linija podele ta tačka. Ova stabla su odlična za tačke u višedimenzionalnim prostorima, međutim vrlo mnogo zavise od redosleda ubacivanja tačaka i vrlo lako mogu da postanu nebalansirana.

Jedan od razloga popularnosti opisanih quad stabala u velikom broju oblasti je mogućnost da se vrlo lako prošire i za indeksiranje linija, poligona, krivih i drugih objekata. Potrebno je samo u toku ubacivanja objekta u stablo izvršiti podele objekta na delove koje odgovaraju listovima quad stabla. Na taj način objekat je sadržan u većem broju listova. U ovom slučaju očigledno nije moguće održati svojstvo da jedan list sadrži samo jedan element ako bilo koja dva elementa imaju neprazan presek. Zato se u ovom slučaju uglavnom ne ograničava broj elemenata čije reference sadrži list stabla, nego se ograničava dubina stabla. Takođe moguće je odrediti dubinu stabla statički – pre nego što počnemo da ubacujemo elemente u stablo ili dinamički – ako u nekom trenutku smatramo da smo ubacili previše elemenata možemo povećati dubinu stabla.

C. R stabla

R stabla su nastala u [2] kao efikasno rešenje za indeksiranje pravougaonih objekata u aplikacijama za dizajn čipova vrlo visokog stepena integracije (very large scale integration (VLSI) chips). Od tada su se pojavile desetine modifikacija osnovne ideje koje poboljšavaju pristup, proširuju primenu na veći broj dimenzija ili jednostavno omogućuju paralelizaciju strukture. U poslednjim godinama, popularnost R-tree stabala se širi i na industriju, koja ih prihvata kao rešenje za indeksiranje kako prostornih tako i drugih višedimenzionalnih podataka. Ova popularnost prvenstveno je rezultat jednostavne strukture i velike sličnosti sa B stablima koja su defacto standard u oblasti sistema za upravljanje bazama podataka.

R stabla su hijerarhijska struktura bazirana na B+ stablima. Koriste se za dinamičku organizaciju skupa d-dimenzionalnih geometrijskih objekata koji se predstavljaju preko minimalnih sadržavajućih d-dimenzionalnih pravougaonika (minimum bounding d-dimensional rectangles, u daljem tekstu MBR). Svaki čvor R stabla odgovara MBR koji sadrži sve MBR-ove svojih potomaka. Listovi stabla direktno pokazuju na objekte umesto na čvorove potomke. U kontekstu baza podataka, listovi pokazuju na stvarne redove u tabeli, a čvorovi

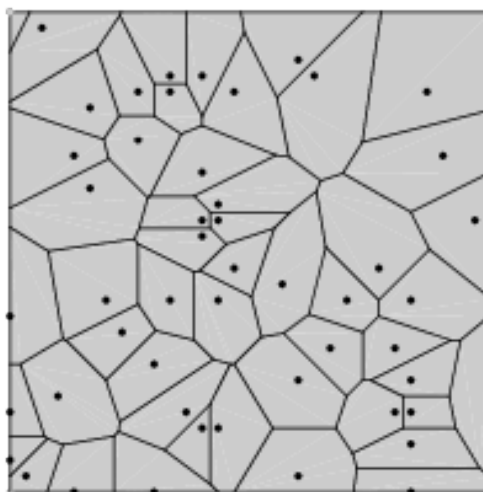
imaju toliko naslednika da staju u jednu stranicu diska (disk page).

Početna popularnost R stabala se odrazila pored velikog broja primena i u velikom broju varijacija osnovne ideje. Pored R+ stabala koja dodaju uslov disjunktnosti MBR-ova (što povećava stablo ali značajno ubrzava pretrage), najpopularnija varijacija su R* stabla koja su donela principu ponovnog ubacivanja nekih čvorova u stablo umesto deljenja popunjenih čvorova što dovodi do bolje balansiranoši stabla, kao i još nekoliko empirijskih ograničenja kao što je princip minimalnosti preklapanja susednih čvorova.

Pored varijacija klasičnih R stabala koje pokušavaju da reše problem loše balansiranoši stabla, pojavile su se i razne varijante pakovanih R stabala koje se trude da što optimalnije rasporede velik početni skup podataka uz pomoć raznih krivih koje popunjavaju prostor, dok su performase ubacivanja i izbacivanja elemenata u drugom planu. Za više informacija o ovih i drugim R stablima i algoritmima nad njima pogledati [3].

D. Voronoi dijagrami

Prvi tragovi strukture danas poznate kao Voronoi dijagram sreću se u Decartes-ovim radovima iz 1644. Dirichlet je koristio dvodimenzionalne i trodimenzionalne Voronoi dijagrame u svom proučavanju kvadratnih formi sredinom 19. veka. Britanski fizičar John Snow ih je koristio u 1854. da bi dokazao da je većina ljudi koji su izgubili život u epidemiji kolere iz prethodne godine živeli bliže zaraženoj pumpi za vodu u ulici Broad Street nego bilo kojoj drugoj pumpi za vodu. Međutim, ime su dobili po ruskom matematičaru Georgiju Fedoseviču Voronoiu koji je definisao i proučavao generalizovani n-dimenzionalni slučaj u svom radu iz 1908. Primer Voronoi dijagrama dat je na slici 1. iza koje sledi definicija Voronoi dijagrama.



Slika 1: Voronoi dijagram

Neka je $P = \{p_1, p_2, \dots, p_n\}$ skup tačaka u ravni. Nazovimo ih pozicije i dodelimo svakoj poziciji deo ravni koji sadrži tačke koje su bliže toj poziciji nego bilo kojoj drugoj poziciji. Sve tačke dodeljene poziciji p_1 formiraju Voronoi region $V(p_1)$. Skup svih tačaka ravni koje ne pripadaju ni jednom Voronoi regionu (tačnije tačke koje se nalaze na granicama regiona i jednako su udaljene od dve

pozicije) formiraju Voronoi dijagram $V(P)$ skupa tačaka P .

Iako na prvi pogled Voronoi dijagram izgleda kao najefikasnija od tri opisane strukture, nijedan od nekoliko poznatih algoritama (videti [4]) za konstrukciju Voronoi dijagrama nije dovoljno efikasan za primenu na ovaj problem, jer svi koriste vrlo ekupe trigonometrijske operacije i troše veliku količinu memorije. Pored toga, Voronoi dijagrami su odlični samo za indeksiranje tačaka, dok za duži i poligone imaju loše performanse. Postoje sistemi koji koriste unapred izračunate Voronoi dijagrame za indeksiranje podataka, međutim velika mana tih sistema je što se u slučaju dodavanja novih podataka lako može napraviti nebalansiran sistem koji postaje mnogo manje efikasan od klasičnih indeksa baziranih na stablima. Ponovno balansiranje zahteva ponovno preračunavanje indeksa na osnovu novog Voronoi dijagrama koji se konstruiše tako da više odgovara novom skupu podataka.

I pored navedenih mana, Voronoi dijagrami imaju mnogo primena u vrlo raznorodnih oblastima: geologiji, marketingu, kartografiji, arheologiji, matematici i drugim.

III. EKSPERIMENTALNI REZULTATI

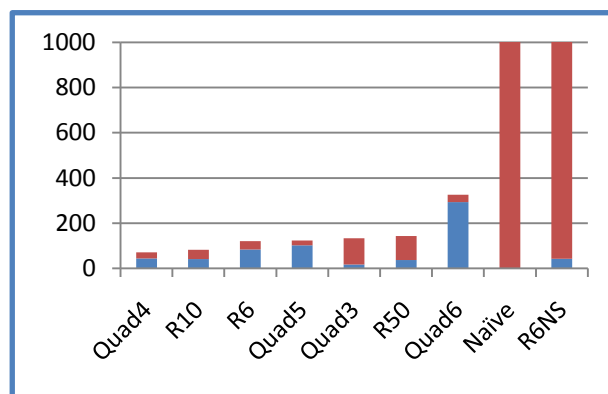
A. Test sistem

Za potrebe poređenja implementirana su tri algoritma u jeziku C++ uz korišćenje STL (standard template library) biblioteke. Quad stabla su implementirana u verziji pravougaonih regionskih stabala fiksne visine – od 3 do 6 (oznake na graficima: Quad3 do Quad6). Za korenski pravougaonik korišćen je minimalni sadržavajući pravougaonik za ulazni skup podataka. Pošto su podaci bili unapred poznati, implementirana je malo optimizovana verzija R stabala – pakovana R stabla., koja je testirana u verzijama sa do 6, 10 i 50 potomaka svakog čvora (oznake R6, R10 i R50). Verzija sa 6 potomaka je testirana u podverziji bez sortiranja potomaka (R6NS). Za naivni algoritam nije bilo dodatnih parametara.

Pored slučajno generisanih podataka, korišćeni su i realni podaci iz sistema TIGER [5]. Topološki integrisani sistemsko za geografsko enkodovanje i referenciranje TIGER (Topologically Integrated Geographic Encoding and Referencing system) je sistem američkog Biroa za popis (U.S. Census Bureau) nastao tokom devedesetih godina dvadesetog veka sa ciljem da bude informatička podrška u prikupljanju i analiziranju podataka sa desetogodišnjeg popisa. Delovi ovog sistema su i komercijalne aplikacije i internet usluge koje omogućuju pristup i analiziranje velikog broja kako podataka prikupljenih cenzusom tako i geografskim i administrativnih oblasti i nekim godišnjih statistika. Podaci koji su nama interesantni su podaci o granicama okruga i saveznih država (od kojih dobijamo izlomljene linije) i podaci o registrovanim preduzećima (koja su zgodna kao izvor tačkastih podataka).

Merenja su vršena na skupovima koji su sadržali samo tačne, samo linije ili mešane skupove objekata. Posebno su merena vremena pretprocesiranja (prikazana plavom bojom na graficima) i vremena izračunavanja (prikazana crveno). Vremena na graficima su data u milisekundama.

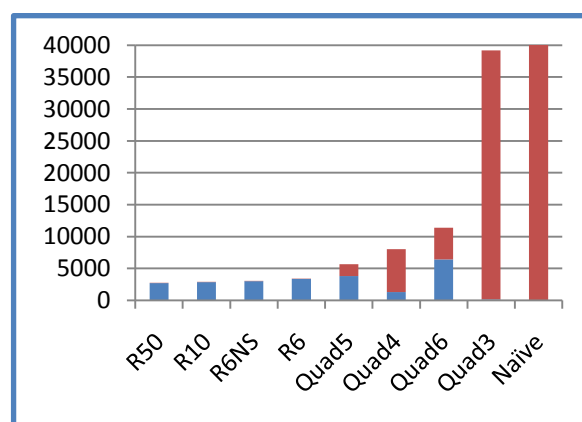
B. Tačke



Grafik 1: Tačke

Sa grafika 1 vidimo da je naivni algoritam drastično sporiji od svih ostalih varijanti, što je i očekivano jer bilo kakav indeks vrlo lako filtrira parove tačaka koji nisu kandidati da budu najbliži par. Takođe vidimo da se ne isplati praviti visoko quad stablo, jer osim velikom vremena pretprocesiranja, imamo i veliko vreme pretrage, bez ikakvog dobitka na selektivnosti primarnog filtera. Konačno, vidimo da su R stable manje efikasna zbog preklapanja sadržavajućih pravougaonika koji produžuju pretragu.

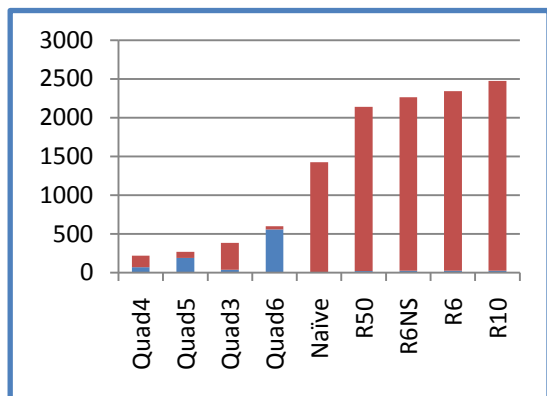
C. Duži - realni podaci



Grafik 2: Duži – realni podaci

Ulazni skupovi podataka u ovom testu sadrže po 80 duži koje predstavljaju granice nekih kongresnih distrikta slučajno izabranih iz skupa svih kongresnih distrikta u SAD. Površan pogled na rezultate pokazuje vrlo jasnu superiornost svih metoda sa stablima u odnosu na naivni metod i očekivano prosečno bolje rezultate R stabala u odnosu na quad stabla. Zanimljivo kratko vreme pretprocesiranja u slučaju quad stabla visine 3 dalo je očekivano lošu selektivnost i vrlo dugačko vreme pretrage. Quad stabla sa više nivoa smanjuju vreme pretrage uz eksponencijalno produžavanje vremena pretprocesiranja, što nas dovodi do zaključka da nam se ne isplati da eksperimentišemo sa većim brojem nivoa od 6. Od svih testiranih quad stabala, ona visine 5 su se najbolje pokazala.

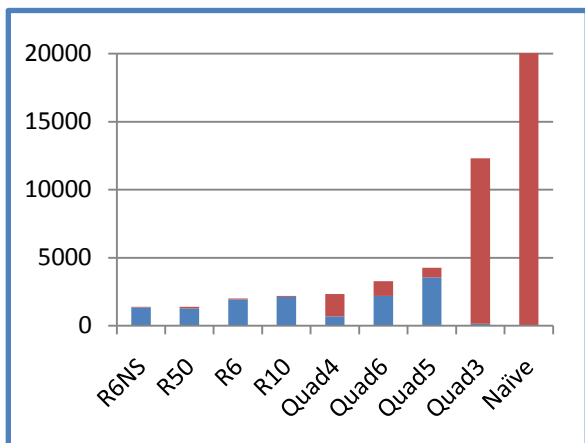
D. Duži - slučajno generisane



Grafik 3: Duži - slučajno generisane

Ulazni skupovi podataka u ovom testu sadrže po 300 slučajno izabranih izlomljenih linija koje imaju do 10 duži. Ovaj test pokazuje skoro potpuno suprotne rezultate u odnosu na prethodni: quad stabla su najbolja, sa nekoliko puta bržim ukupnim vremenom izvršavanja, zatim naivni algoritam i tek na kraju sva R stabla koja su ujednačeno loša. Objašnjenje za ovu pojavu je isto kao i za loše performanse R stabala bez sortiranja na slučajno generisanim tačkama – veliki broj presecajućih sadržavajućih pravougaonika koji stvaraju potrebu da se obradi veliki broj parova čvorova. Ovo se može sprečiti nekim od boljih načina pretprocesiranja poznatim u literaturi.

E. Mešoviti skupovi podataka



Grafik 4: Mešoviti skupovi podataka

Ovaj test skup je pokušaj da se testira slučaj mešovitih skupova objekata sa realnim podacima. Skupovi su dobijeni tako što su uzete granice svih zipkodova u dve susedne američke savezne države Vašingtonu i Oregone i

za otprilike su uzete cele linije, a za ostale samo po jedna slučajno izabrana tačka sa te linije. Činjenica da su skupovi sadržali po nekoliko hiljada različitih tačaka, iako su bili prostorno bliski uticala je na činjenicu da je naivni pristup jako loš, a da R stabla imaju bolje performanse u odnosu na quad stabla u svim konfiguracijama. Štaviše, sortiranje listova R stabla nije donelo očekivano poboljšanje ukupnog vremena, prvenstveno zbog činjenice da su vremena pretrage bila kratka te je presudni uticaj na performanse imalo vreme pretprocesiranja.

IV. ZAKLJUČAK

Na osnovu rezultata prikazanih u prethodnom delu rada, jedini siguran zaključak je da se isplati neka vrsta pretprocesiranja u obliku sortiranja i konstruisanja prostornog indeksa u formi stabla, jer to drastično ubrzava pretragu. Takođe pokazalo se da su odluke da se za quad stabla bira jedinstveni korenski pravougaonik, a da se za R stabla koriste jednostavni principi sortiranja listova doneli vrlo loše rezultate u slučaju prostorno udaljenih odnosno slučajno generisanih podataka redom.

Pored ispravljanja ova dva propusta u implementaciji, dalje istraživanja se mogu vršiti u pravcu ispitivanja mogućnosti primene Voronoi dijagrama, tačnije indeksiranje ulaznih podataka u jednom od nekoliko unapred statički izračunatih Voronoi dijagrama. Druga mogućnost su nebalansirana quad stabla promenljive visine.

LITERATURA

- [1] R.Finkel, J.L.Bentley – Quad Trees: A Data Structure for Retrieval on Composite Keys, Acta Informatica 4 (1), 1974.
- [2] A.Guttman – R-trees: a Dynamic Index Structure For Spatial Searching, Proceedings ACM SIGMOD Conference on Management of Data, pp. 44-57, Boston, MA, 1984.
- [3] Y.Manoplopoulos, A. Nanopoulos, A. Papadopoulos, Z.Theodoridis – R-Trees: Theory and Applications, Springer-Verlag, 2006.
- [4] F.Aurenhammer – Voronoi Diagrams – A Survey of a Fundamental Geometric Data Structure, ACM Computing Surveys, Vol. 23, No. 3, 1991.
- [5] <http://www.census.gov/geo/www/tiger/index.html>

ABSTRACT

Computation of distances between sets of planar objects is one of fundamental problems in computational geometry without precise solution. It's application range from geographical informational systems to spatial constructions and modeling. This paper presents three ways of spatial indexing with the goal of improving performance of distance computation and compares their efficiency.

EFFICIENT DISTANCE COMPUTATION BETWEEN SETS OF PLANAR GEOMETRIC OBJECTS

Danica M. Porobić