

Analiza mogućnosti modelovanja raspodela nivoa muzičkih signala različitih žanrova preko beta raspodela

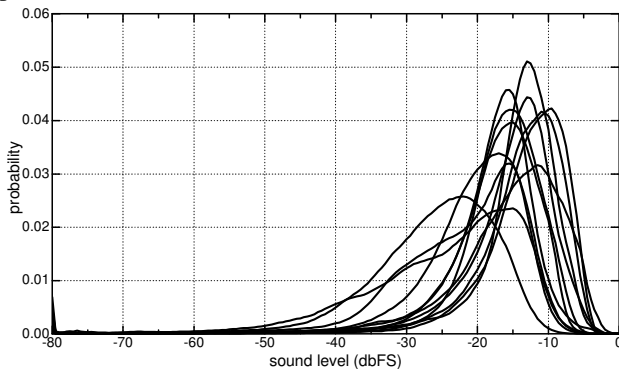
Ognjen Radović, Milan Merkle

Sadržaj — Beta raspodela je veoma fleksibilan tip raspodele pošto pokriva širok opseg raspodela različitih oblika u zavisnosti od vrednosti njenih parametara. Može se iskoristiti za modelovanje slučajnih promenljivih čije se vrednosti nalaze u okviru ograničenog intervala. U ovom radu su prikazani rezultati analize mogućnosti modelovanja raspodela nivoa muzičkih signala različitih žanrova preko beta raspodela.

Ključne reči — Beta raspodela, modelovanje, muzički žanrovi, nivo muzičkog signala

I. UVOD

POZNAVANJE dinamičkih osobina audio signala ima posebno značajnu ulogu u mnogim inženjerskim oblastima koje se bave audiotehnikom. Istraživanje, sprovedeno na Elektrotehničkom fakultetu u Beogradu, pokazalo je jasno vidljivu razliku u obliku statističkih raspodela intenziteta muzičkih signala između 12 različitih muzičkih žanrova [1]. Muzički žanrovi koji su bili predmet istraživanja su: klasična muzika, džez i bluz kao jedinstven žanr, rok, hard rok, pop, elektro pop, hip-hop i rep zajedno, haus, tehno, srpski folk, liturgijska i filmska muzika. Grafička predstava navedenih rezultata je prikazana na Slici 1.



Sl. 1. Usrednjene raspodele nivoa muzičkih signala za svih dvanaest žanrova

Sa Sl. 1 se jasno vidi da pojedini žanrovi imaju vrlo razvučen dinamički opseg intenziteta signala, dok drugi teže da ga koncentrišu u relativno uskom opsegu. Pitanje koje se na ovom mestu postavlja i koje je predmet istraživanja ovog rada je analiza mogućnosti da se empirijski dobijeni rezultati modeluju preko egzaktnih

matematičkih raspodela. U ovom smislu, beta raspodela je tip raspodele koja je, po svojoj prirodi, fleksibilna, te stoga naročito pogodna za ovakav tip analize s obzirom da u zavisnosti od svojih parametara može uzimati vrlo različite oblike gustine raspodele. U ovom radu je dat kratak prikaz nekih osnovnih osobina beta raspodele, opisan je postupak kojim je testirana mogućnost modelovanja raspodela nivoa muzičkih signala različitih žanrova, a na kraju su dati rezultati istraživanja i zaključak.

II. BETA RASPODELA

Gustina beta raspodele $B(p,q)$ je definisana na intervalu od 0 do 1, za pozitivne vrednosti njenih parametara p i q na sledeći način:

$$f(x) = \frac{\Gamma(p+q)}{\Gamma(p)\Gamma(q)} x^{p-1}(1-x)^{q-1}, \quad 0 < x < 1, \quad p, q > 0 \quad (1)$$

gde je $\Gamma(z)$ gama funkcija definisana kao:

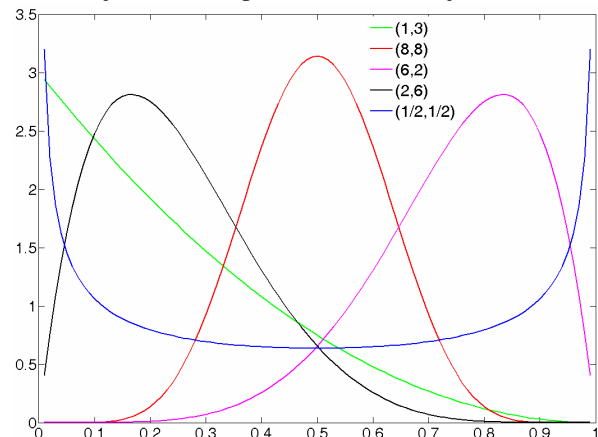
$$\Gamma(z) = \int_0^{\infty} e^{-t} t^{z-1} dt, \quad z = x + iy, \quad x > 0 \quad (2)$$

$$\Gamma(z+1) = z\Gamma(z) \quad (3)$$

Matematičko očekivanje (srednja vrednost) i varijansa beta raspodele definisane parametrima p i q su:

$$EX = \frac{p}{p+q}, \quad VarX = \frac{pq}{(p+q)^2(p+q+1)} \quad (4)$$

Na Sl. 2, na kojoj su prikazani neki tipični oblici beta raspodela, ilustrovana je izuzetna prilagodljivost beta raspodele, samim tim i razlog zbog čega beta raspodela može biti jako korisna pri raznim simulacijama.



Sl. 2. Izgled karakterističnih beta raspodela

Kao što se sa Sl. 2 može videti, kada je $p > q$, beta raspodela uzima oblik (kriva označena roze linijom), koji već blago počinje da podseća na statističku raspodelu nivoa muzičkih signala prikazanih na Sl. 1.

Beta raspodela je dobila ime po beta funkciji:

$$B(p, q) = \frac{\Gamma(p)\Gamma(q)}{\Gamma(p+q)} \quad (5)$$

Takođe, linearnim kombinacijama gustina beta raspodela, moguće je modelirati razne gustine raspodela dobijene iz empirijskih podataka [2-3].

III. POSTUPAK ISTRAŽIVANJA

Podaci koji su obrađivani u ovom istraživanju predstavljaju podatke koji su dobijeni merenjem intenziteta različitih muzičkih signala (žanrova) pri čemu je trajanje pojedinačnog žanra bilo oko 2 sata [1]. Izmereni intenziteti muzičkih signala se kreću u opsegu od -80dB do 0dB sa korakom od 0.5dB i za svaku vrednost intenziteta je izmerena pripadajuća verovatnoća pojavljivanja. Na osnovu tih vrednosti nacrtani su grafici prikazani na Sl. 1.

Bitno je napomenuti da navedeni grafici sa Sl. 1 ne predstavljaju klasično matematički definisanu gustinu raspodele 12 muzičkih žanrova, već statističku raspodelu nivoa signala tih žanrova, koje su definisane po tačno određenim vrednostima (intervalima) nivoa muzičkih signala. Ovo je činjenica o kojoj je bilo posebno potrebno voditi računa pri crtanju grafika radi vizuelne predstave saglasnosti ispitivane beta raspodele i muzičkog žanra, kako bi se i pripadajući grafik beta raspodele crtao pod istim uslovima kao i grafici nacrtani na osnovu izmerenih statističkih podataka.

Parametri beta raspodela, koje su u ovom istraživanju ispitivane kao potencijalni matematički modeli za empirijski dobijene raspodele, su se kretali u granicama od 1 do 40 sa korakom od 0.1. Pokazalo se da je ova veličina opsega sasvim dovoljna za potrebe ove analize.

Za testiranje hipoteze o tome da li se pomoću neke beta raspodele sa fiksiranim parametrima može ili ne može modelirati određeni muzički žanr korišćen je hi kvadrat test, kao jedan od testova te vrste sa najširoom oblašću primene [2-3]. Kalkulacije, koje su bazirane na hi kvadrat testiranju sa nivoom značajnosti 0.05, su obavljene uz pomoć programskog paketa MATLAB u kome je napisan program koji je za gore definisane opsege parametara beta raspodela izvršio testiranje njihove saglasnosti sa empirijskim podacima.

Hi kvadrat test, za testiranje hipoteze o raspodeli sa fiksiranim parametrima, se bazira na poređenju empirijskih i teorijskih raspodela na sledeći način:

$$\chi = \sum_{j=1}^r \frac{(N_j - np_{j0})^2}{np_{j0}} \quad (6)$$

gde je N_j empirijska veličina uzorka dobijena u okviru definisanog intervala, np_{j0} očekivana teorijska vrednost u okviru istog intervala, a r je broj intervala ($r-1$ stepeni slobode) na koji je podeljen opseg vrednosti na kojem je celokpna ispitivana raspodela definisana. Što je vrednost sume u (6) veća to je i odstupanje ispitivane od empirijski dobijene raspodele veća, pa je to indikacija da se hipoteza

može odbaciti ukoliko je ta suma veća od kritične vrednosti koja je jednoznačno definisana Pearsonovom hi kvadrat statistikom i brojem stepeni slobode $r-1$ [2-3].

Kako je beta raspodela definisana na intervalu od 0 do 1, to je prethodno bilo neophodno da se i opseg intenziteta muzičkih signala (od -80dB do 0dB) normalizuje na isti opseg.

IV. REZULTATI ISTRAŽIVANJA

U toku istraživanja testirani su podaci vezani za svih 12 žanrova, napomenutih u uvodu, na beta raspodele čiji se parametri kreću u opsegu od 1 do 40. Veličina uzorka koja je pretpostavljena tom prilikom je bila takva da zadovoljava polazne kriterijume vezane za validnost hi kvadrat testiranja i uglavnom su bile veće od 500, sem za žanrove rock, hard rock i electro pop za koje se veličina pretpostavljenog uzorka krećala u granicama od 200 do 300.

Prilikom obrade svakog ispitivanog žanra u MATLAB-u, hi kvadrat test nije odbacio hipoteze koje se odnose na jako veliki broj beta raspodela sa različitim parametrima, te bi se one mogle iskoristiti za potencijalno modelovanje empirijski dobijenih statističkih raspodela muzičkih signala prikazanih u [1]. Ovako veliki broj potencijalnih beta raspodela je nastao kao posledica broja i gustine raspodela koje su ispitivane, a koje su određene veličinom koraka od 0.1, kojim su se menjale vrednosti parametara beta raspodela u okviru unapred definisanog intervala od 1 do 40. Karakteristično je da se potencijalne, neodbačene, beta raspodele koncentrišu u tačno određenim intervalima parametara, koji određuju te raspodele. Navedeni rezultati su prikazani u tabeli 1.

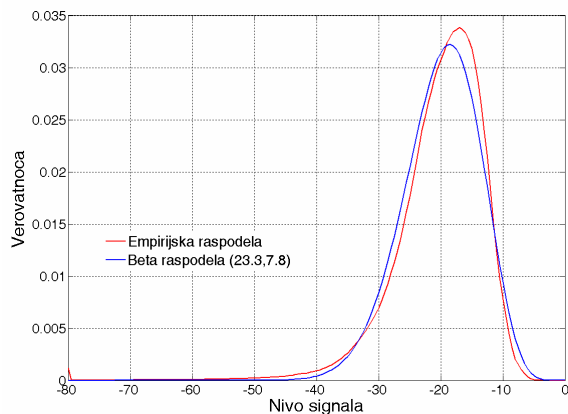
TABELA 1: GRANIČNE VREDNOSTI PARAMETARA BETA RASPODELA KOJE SU PROŠLE HI KVADRAT TEST

Tip muzičkog žanra	Početne vrednosti parametara p i q		Krajnje vrednosti parametara p i q	
	p	q	p	q
Klasična muz.	13.0	6.2	16.5	7.9
Džez i bluz	20.6	6.9	28.0	9.3
Hard rok	31.7	6.8	38.5	8.2
Pop	25.0	6.9	32.1	8.8
Rok	25.9	7.6	33.4	9.8
Elektro pop	22.5	5.5	25.0	6.1
Hip-hop i rep	12.0	2.9	17.5	4.1
Haus	20.5	4.3	25.6	5.3
Tehno	22	4.3	29.8	5.8
Narodna	27.1	7.0	40.0	10.4
Filmska	7.9	3.4	10.1	4.2
Liturgijska	11.0	4.1	16.3	6.1

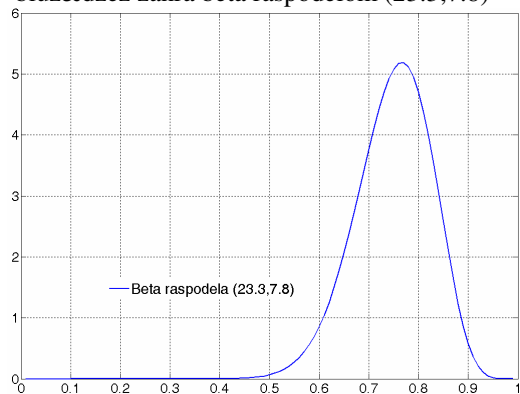
Kada govorimo o vrednostima parametara beta raspodela koje su navedene u tabeli 1, treba napomenuti, da su one predstavljene po opsezima kojima pripadaju zbog toga što je veliki broj beta raspodela prošao hi kvadrat test za pretpostavljenu veličinu uzorka (za pojedine žanrove taj broj iznosi čak i do 10 hiljada) te su

radi preglednosti rezultati izloženi na ovaj način. U praksi to takođe znači, da za sve vrednosti parametara, koje se menjaju sa korakom od 0.1 a predstavljene su u tabeli 1, postoje odgovarajući parametri sa kojima zajedno definišu beta raspodele koje su zadovoljile hi kvadrat test.

Na Sl. 3 prikazana je empirijska kriva raspodele nivoa muzičkog signala za bluz i džez žanr, zajedno sa odgovarajućom krivom izvedenom iz beta raspodele sa parametrima (23.3,7.8).



Sl. 3. Ilustracija modelovanja empirijske krive raspodele bluz&džez žanra beta raspodelom (23.3,7.8)



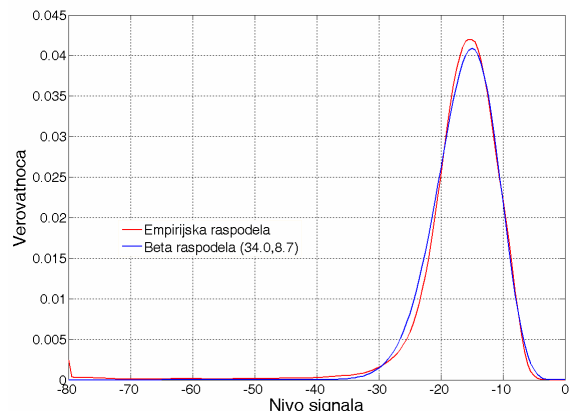
Sl. 4. Kriva gustine beta raspodele (23.3,7.8)

Na Sl. 4 je prikazana kriva gustine beta raspodele sa parametrima (23.3,7.8) kako bi se jasno ilustrovala razlika između nje i krive koja je izvedena iz te raspodele, a prikazana je na Sl. 3. Naime, s obzirom da je empirijska kriva crtana tako što su se određenim vrednostima intenziteta dodeljivale verovatnoće odgovarajućih intervala, isti postupak je primenjen i kod crtanja teorijske krive kako bi se njihov izgled mogao vizuelno porediti i kako bi na isti način bile definisane. U iste svrhe, oblast definisanosti beta raspodele koja je uvek definisana na opsegu od 0 do 1, prilagođena je na opseg od -80 do 0.

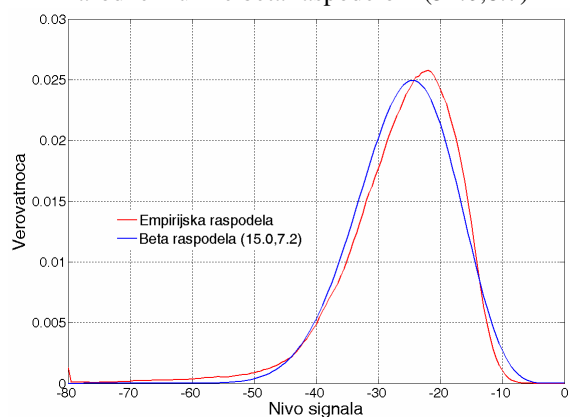
Na Sl. 5 i Sl. 6 su prikazane empirijske krive raspodele nivoa muzičkih signala za narodnu i klasičnu muziku zajedno sa njima odgovarajućim krivim izvedenim iz beta raspodela (34.0, 8.7) i (15.0, 7.2) respektivno.

Sa slika se može primetiti da izabrane beta raspodele dosta dobro modeliraju empirijske krive. Ova činjenica je posebno izražena u slučaju narodne muzike, kod koje postoji prilično velika oblast gde se golim okom ne mogu jasno razlikovati statistički i matematički definisana kriva raspodele. S druge strane, kod klasične muzike postoje

izvesna vidljivija odstupanja iako i u tom slučaju teorijska kriva solidno opisuje eksperimentalne rezultate.



Sl. 5. Ilustracija modelovanja empirijske krive raspodele narodne muzike beta raspodelom (34.0,8.7)



Sl. 6. Ilustracija modelovanja empirijske krive raspodele klasične muzike beta raspodelom (15.0,7.2)

Za kvantifikaciju odstupanja matematički definisanih od empirijskih raspodela, mogla bi se iskoristiti suma kvadrata razlika između odgovarajućih tačaka teorijskih raspodela koje su prošle hi kvadrat test i empirijskih raspodela. Opsezi u kojima se te sume kreću, za različite žanrove muzičkih signala, su prikazani u tabeli 2.

TABELA 2: KVANTIFIKACIJA RAZLIKA IZMEĐU EMPIRIJSKIH I TEORIJSKIH RASPODELA

Tip muzičkog žanra	Minimalna vrednost sume kvadrata (*10 ⁻⁴)	Maksimalna vrednost sume kvadrata (*10 ⁻⁴)
Klasična muz.	1.6309	4.7461
Džez i bluz	1.323	6.226
Hard rok	6.5573	12
Pop	1.3788	6.0504
Rok	8.5166	16
Elektro pop	9.1203	12
Hip-hop i rep	0.8867	6.0576
Haus	3.9586	9.5767
Tehno	2.529	8.799
Narodna	0.7543	5.829
Filmska	7.1785	9.5806
Liturgijska	9.741	15

V. ZAKLJUČAK

U ovom radu je pokazano da je moguće modelovati statističke raspodele nivoa muzičkih signala pomoću egzaktnih beta raspodela. S obzirom, na relativno veliki broj raspodela koje su prošle hi kvadrat test, beta raspodele koje su prikazane na slikama ne moraju biti i one koje najbolje opisuju odgovarajuće muzičke žanrove. One su izabrane na osnovu minimalne vrednosti sume u odnosu na druge raspodele, tokom hi kvadrat testiranja, i u ovom radu su iskorišćene pre svega kao kvalitetna i pouzdana ilustracija analize mogućnosti modelovanja raspodela nivoa muzičkih signala različitih žanrova beta raspodelama. Na osnovu prikazanih rezultata u ovom radu, u daljem istraživanju, definišaće se dodatni kriterijumi i primeniće se dodatne analize, kako bi se pronašli parametri beta raspodele koji najkvalitetnije opisuju raspodele intenziteta muzičkih signala različitih žanrova.

Takođe, treba naglasiti, da je pokazano da postoji vrlo jasna razlika između parametara beta raspodela kojima su modelirani prikazani žanrovi, što je vrlo dobar rezultat i pokazatelj da bi se jedinstvenim parametrima beta raspodele mogle egzaktno definišati raspodele nivoa muzičkih signala različitih žanrova, što bi predstavljalo vrlo dragocen rezultat kada je u pitanju oblast koja se bavi obradom audio signala.

LITERATURA

- [1] M. Mijić, D. Mašović, M. Petrović, D. Šumarac-Pavlović, "Statistical Properties of Music Signals," Audio Engineering Society, 126th Convention, Munich, May 7-10, 2009
- [2] M. Merkle, "Verovatnoća i statistika – za inženjere i studente tehnike", Beograd 2006
- [3] D. Montgomery, G. Runger, "Applied Statistics and Probability for Engineers", New York, 2003, John Wiley & Sons
- [4] W. Martinez, A. Martinez, "Computational Statistics Handbook with MATLAB", 2002, Chapman & Hall/CRC

ABSTRACT

The beta distribution is very flexible because it covers a range of different shapes depending on the values of parameters. It can be used to model a random variable that takes on the values over a bounded interval. This paper is concerned with the results of analysis of potential modeling of music signal level distributions of different genres via beta distributions.

ANALYSIS OF POTENTIAL MODELING OF MUSIC SIGNAL LEVEL DISTRIBUTIONS OF DIFFERENT GENRES VIA BETA DISTRIBUTIONS

Ognjen Radović, Milan Merkle