

Modelovanje uzemljivačkih sistema u prisustvu polusferične i cilindrične nehomogenosti tla

Nenad N. Cvetković, Predrag D. Rančić

Sadržaj — U radu su opisane i primenjene procedure kojima se karakteriše uticaj polusferične i cilindrične nehomogenosti tla na uzemljivačke sisteme u njihovoj okolini. Pri tome su razmatrani uzemljivački sistemi koji se realizuju u praksi. Opisan je način formiranja i rešavanja integralnih jednačina obrazovanih na osnovu graničnog uslova za električni skalar potencijal. Određene su sopstvene, međusobne i ukupne otpornosti uzemljivačkih sistema, kao i raspodele potencijala na površini tla. Sve analize izvršene su u kvazistacionarnom režimu.

Ključne reči — Antenski model, električni skalar potencijal, elektromagnetno polje, Grinova funkcija, nehomogenost tla impedansa, kvazistacionarni režim, metod momenata, numerički metodi, uzemljivački sistem.

I. UVOD

UZEMLJIVAČKI sistemi predstavljaju neizostavni deo različitih tehničko-tehnoloških sistema, uključujući između ostalih elektroenergetski postrojenja, telekomunikacione sisteme, kao i sisteme za zaštitu od atmosferskih pražnjenja. To je i jedan od razloga zašto analiza i modelovanje ovih sistema predstavljaju oblast interesovanja velikog broja istraživača u periodu dužem od jednog veka. U ovom radu dat je delimični presek rezultata izloženih u [1] koja imaju za cilj da daju doprinos u rešavanju jedne grupe problema ove vrste. Naime, izvršena je karakterizacija uticaja polusferične i cilindrične nehomogenosti tla na elektromagnetno (EM) polje uzemljivačkih sistema položenih u okolini ovako modelovanih poluprovodnih domena.

Kada se radi o polusferičnoj nehomogenosti, ovakvo istraživanje ima praktičan značaj za analizu temeljnog uzemljivača stuba čiji se temelj tretira kao polusferična nehomogenost tla, kao i za modelovanje uzemljivačkih sistema u okolini velikih bara ili jezera u čijoj se okolini uzemljivački sistem nalazi. U graničnom slučaju kada se polusfera smatra idealno provodnom, model se može primeniti i na analizu uzemljivačkih sistema u okolini silosa ili rezervoara čije dno ima polusferični oblik.

U slučaju cilindrične nehomogenosti tla, model opisan i primenjen u radu primenjuje se za aproksimaciju vertikalne elektrode smeštene u cilindričnu nehomogenost kvadratnog poprečnog preseka, pravom lineičnom elektrodom

ekvivalentnih parametara smeštenom u homogenoj zemlji. Ovako obrazovan model može se primeniti za analizu temeljnog uzemljivača koji uključuje sistem vertikalnih provodnika armature.

Dugi niz godina analiza uzemljivačkih sistema je u najvećem broju radova imala kvazistacionaran karakter, što je pristup usvojen u analizama izloženim u ovom tekstu. Tokom prethodne dve decenije publikovan je veliki broj radova u kojima se analiza lineičnih uzemljivačkih sistema zasniva na tzv. antenskom modelu i Zomerfeldovoj (Sommerfeld) formulaciji strukture EM polja. Matematički modeli korišćeni u ovim istraživanjima formirani su uz pretpostavku da se nehomogena zemlja aproksimira kao homogena i izotropna sredina poznatih električnih parametara, ili se nehomogenost tla modeluje sa više homogenih i izotropnih horizontalnih ili vertikalno složenih slojeva kao što je to učinjeno u [2]-[4].

Model polusferične nehomogenosti tla korišćen u radu zasniva se na primeni Grinove (Green) funkcije za električni skalar-potencijal tačkastog strujnog izvora smeštenog unutar/izvan poluprovodne polusfere. Njeno izvođenje bazirano je na kombinaciji kvazistacionarne teorije lika u ravnom poluprovodnom ogledalu [5] i jedne nedavno predložene Grinove funkcije za potencijal tačkastog izvora smeštenog unutar/izvan poluprovodne sfere [6]. Problem tačkastog izvora unutar/izvan sfernog domena poznatih električnih parametara čest je predmet istraživanja različitih autora [7]-[11]. Ovako formiran model primenjen je na analizu lineičnih uzemljivačkih sistema u prisustvu poluprovodne polusfere u [12] i [13].

Rezultati saopšteni u radu vezani za cilindričnu nehomogenost tla dobijeni su primenom procedure kojom se sistem vertikalnih provodnika smešten unutar temeljnog uzemljivača aproksimira pravom žičanom elektrodom ekvivalentnih parametara (dužine i poluprečnika poprečnog preseka) [14]-[17]. Ovaj model je rezultat analize koja uključuje primenu Prvog Kirhofovog (Kirchoff) zakona, graničnog uslova za gustinu kondukcione struje i primenu funkcije kompleksne promenljive.

U radu su analizirani realni uzemljivački sistemi, pri čemu su parametri njihove geometrije, karakteristike betona i način izrade preuzeti iz dostupnih izvora [18]-[26]. Za rešavanje pomenutih problema su korišćeni različiti metodi i njihove kombinacije. Analize uzemljivačkih struktura izložene u tekstu uključuju primenu metoda momenata (MoM) [27] i antenski model uzemljivačkog sistema, što podrazumeva uvođenje longitudinalne struje duž ose lineičnih provodnika. Raspodele struja su aproksimirane poli-

Nenad N. Cvetković, Elektronski fakultet u Nišu, Srbija (telefon: 381-18-529447; faks: 381-18-588399; e-mail: nenad.cvetkovic@elfak.ni.ac.rs).

Predrag D. Rančić, Elektronski fakultet u Nišu, Srbija (telefon: 381-18-529305; faks: 381-18-588430; e-mail: predrag.rancic@elfak.ni.ac.rs).

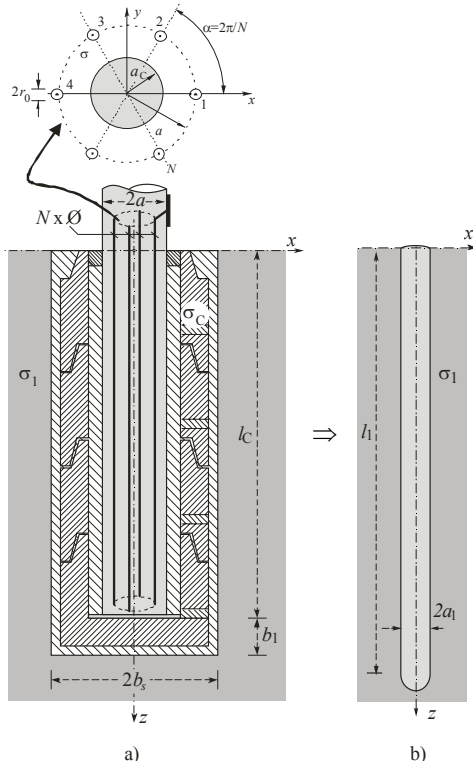
nomima [28]. Određeni su koeficijenti sopstvene i međusobne otpornosti, ukupna otpornost i raspodela električnog skalar potencijala za razmatrane uzemljivačke sisteme. U obzir je, pored elektroda uzemljivačkog sistema, uziman i uticaj zemljovodnog provodnika.

Činjenica da se u radu razmatraju dve različite vrste nehomogenosti uslovlila je i strukturu ovog rada. Tako uvod prate dva odeljka, jedan posvećen analizi uticaja cilindrične nehomogenosti, dok su u drugom izloženi rezultati vezani za uzemljivačke sisteme u okolini polusferične nehomogenosti. Svaka od ovih tačaka uključuje objašnjenje teorijske osnove, ilustracije primera i numeričke rezultate. Nakon toga sledi zaključak i spisak korišćene literature.

II. UTICAJ CILINDRIČNE NEHOMOGENOSTI TLA NA UZEMLJIVAČKE SISTEME

A. Procedura za modelovanje sistema armatura-temelj pravom lineičnom elektrodom ekvivalentnih parametara

Često se temelj stubova izvodi u obliku kvadra formiranog od nekoliko naslaganih tipskih betonskih koaksijalnih elemenata kvadratne spoljašnje osnove. U sredini ovih elemenata nalazi se otvor u koji se polaže armirano betonski cilindrični stub [21]. Posle izvesnog vremena sistem sačinjen od betonskih blokova i betonskog stuba može se u električnom smislu smatrati za homogeni domen oblika kvadra kvadratne osnove koja odgovara obliku betonskih elemenata specifične provodnosti σ_c . Inače, iako se u praksi za referentnu vrednost specifične otpornosti betona uzima $\rho_c = 50 \Omega m$, ona se često menja u skladu sa vremenskim uslovima i zavisno od količine vlage, može da poraste i do nekoliko stotina Ωm [23]-[24].



Sl. 1. a) Armirano-betonski temelj stuba;
b) Ekvivalentna žičana elektroda.

Procedura modelovanja sistema armatura-temelj primeњуje se na armirano-betonski temelj stuba, sa Sl. 1a [22]. Opisani temelj se nalazi u okruženju okolnog tla koje predstavlja homogeni linearni izotropni domen poznate specifične otpornosti σ_1 . Dubina ukopavanja stuba, odnosno dužina armature je l_c , betonski temelj tretira se kao homogeni domen forme kvadra kvadratne osnove stranice b i specifične provodnosti σ_c . Duž ovakvog domena smešten je snop vertikalnih elektroda armature poznate dužine. Pretpostavljeno je da armaturu obrazuje N žičanih provodnika kružnog poprečnog preseka poluprečnika r_0 raspoređeno po kružnici poluprečnika a . Armatura se napaja niskofrekventnom strujom jačine I_g . Ostali parametri geometrije temelja mogu se uočiti na Sl. 1a. Dielektrične konstante okolnog tla i betona nisu uzete u obzir (kvazistacionarna analiza).

Primenom procedure detaljno opisane u [14]-[15], sistem sa Sl. 1a aproksimira se pravom lineičnom elektrodom dužine $l_1 = K_e l_c$ i poluprečnika poprečnog preseka provodnika $a_1 = K_e a_c$, smeštenom u homogenu zemlju specifične provodnosti σ_1 , Sl. 1b. Koeficijent K_e određuje se iz izraza:

$$K_e^{-1} = \frac{\sigma_1}{\sigma_c} + \left(1 - \frac{\sigma_1}{\sigma_c}\right) \ln\left(1 + \frac{l_c}{b}\right) / \ln\left(1 + \frac{l_c}{a_c}\right), \quad (1)$$

gde je $a_c = a \sqrt[4]{N} r_0 / a$ i $b = b_s(1 + \sqrt{2})/4$.

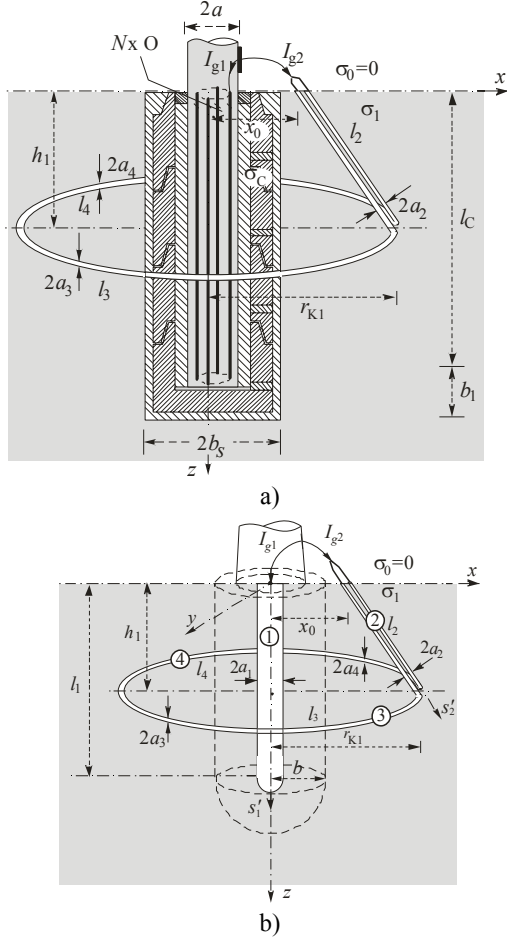
B. Uzemljivački sistem stuba izveden sa jednom prstenastom elektrodom

Primena opisane procedure ilustrovana je na primeru uzemljivačkog sistema stuba načinjenog od N vertikalnih provodnika koji čine armaturu stuba i prstenaste uzemljivačke elektrode napajane zemljovodnim provodnikom, Sl. 2a [1], [15]. Parametri geometrije temelja i armature isti su kao i oni prikazani na Sl. 1a, dok je specifična provodnost betona σ_c . Sistem je smešten u homogenoj zemlji specifične provodnosti σ_1 . Poluprečnik obruča ukopanog na dubini h_1 je r_{k1} . Zemljovod kojim je napajan obruč orijentisan je koso u odnosu na temelj i načinjen je od dva provodnika koji se razdvajaju i bez prekidanja formiraju obruč, kao što je to prikazano na Sl. 2a. Pomoću procedure opisane u prethodnoj tački, sistem vertikalnih elektroda zamenjen je vertikalnom elektrodom ekvivalentne dužine $l_1 = K_e l_c$ i poluprečnika poprečnog preseka $a_1 = K_e a_c$, gde je K_e konstanta definisana izrazom (1). Na ovaj način problem je sveden na analizu uzemljivačkog sistema u homogenoj zemlji, Sl. 2b.

Vertikalna elektroda (označena sa 1) napaja se niskofrekventnom strujom I_{g1} , dok se prstenasta elektroda napaja strujom I_{g2} preko dva zemljovodna provodnika (zajednički obeležena sa 2) koji se pri dnu razdvajaju i čine obruč (provodnici 3 i 4 istih dužina, $l_3 = l_4$).

Prstenasta elektroda i zemljovod obično su načinjeni od FeZn trake pravougaonog poprečnog preseka. U opisanoj

analizi traka se smatra provodnikom kružnog poprečnog preseka ekvivalentnog poluprečnika $a_3 = a_4$, dok se dva zemljovodna provodnika tretiraju kao jedinstveni provodnik poluprečnika $a_2 = 2a_3$. Ekvivalentni poluprečnik provodnika određuje se primenom procedure detaljno opisane u [29]. Svi provodnici sa Sl. 2b smatraju se lineičnim, tj. podrazumeva se da su ispunjeni uslovi $a_k \ll l_k, k=1, \dots, 4$



Sl. 2. a) Uzemljivački sistem stuba sa jednim prstenom; b) Sistem dobijen procedurom ekvivalentiranja.

Opšti izraz za određivanje potencijala u okolini ekvivalentnog uzemljivačkog sistema sa Sl. 2b je,

$$\begin{aligned} \varphi(\vec{r}) = & \frac{1}{4\pi\sigma_1} \frac{2I_{g1}}{r} + \frac{1}{4\pi\sigma_1} \frac{2I_{g2}}{|\vec{r} - x_0\hat{x}|} + \\ & + \frac{1}{4\pi\sigma_1} \sum_{k=1}^4 \int_{s'_k=0}^{l_k} I_k(s'_k) \frac{\partial}{\partial s'_k} K(r, s'_k) ds'_k, \end{aligned} \quad (2)$$

gde je \vec{r} vektor položaja tačke u kojoj se određuje potencijal, $I_k(s'_k)$, $k=1, 2, 3, 4$ su nepoznate raspodele longitudinalnih struja duž osa provodnika dok je $K(r, s'_k) = 1/r_{1k} + 1/r_{2k}$ oznaka za jezgro integrala. Sa r_{1k} i r_{2k} označena su rastojanja tačke u kojoj se određuje potencijal od strujnog elementa i njegovog lika. Zbog postojeće simetrije je $I_3(s'_3) = I_4(s'_4)$ i $I_{otk}(s'_k) = -I'_k(s'_k)$, $k=1, 2, 3, 4$ (I_{otk} je struja oticanja sa k -te elektrode).

Uslovi koje struje duž provodnika treba da zadovolje i

koji proističu iz Prvog Kirhofovog zakona, odnosno uslova za struju na kraju provodnika 1 [30] su

$$\begin{aligned} I_1(0) = I_{g1}, I_2(0) = I_{g2}, I_2(l_2) = I_3(0) + I_4(0) = 2I_3(0), \\ I_3(l_3) + I_4(l_4) = 2I_3(l_3) = 0 \text{ i } I_1(l_1) = -a_1 I'_1(l_1). \end{aligned} \quad (3)$$

Uzimanjem u obzir gornjih uslova i primenom parcijalne integracije na (2), izraz za potencijal dobija znatno jednostavniju formu. Kada se smatra da je površina svake elektrode praktično ekvipotencijalna potencijala U_n (što je opravdano u kvazistacionarnoj analizi), potencijal površine n -tog provodnika, $n=1, 2, 3, 4$, u tački površine definisanoj vektorom položaja \vec{r}_n ima oblik

$$\begin{aligned} \varphi(\vec{r} = \vec{r}_n) \cong U_n = \frac{1}{4\pi\sigma_1} \sum_{k=1}^4 \left\{ \delta_{k1} I_1(s'_1 = l_1) K(r_n, s'_1 = l_1) - \right. \\ \left. - \int_{s'_k=0}^{l_k} \left[\frac{\partial}{\partial s'_k} I_k(s'_k) \right] K(r_n, s'_k) ds'_k \right\}. \end{aligned} \quad (4)$$

U (4), s_n definiše položaj tačke P_n na površini n -tog provodnika, dužine l_n , dok je δ_{k1} je Kroneckerova (Kronecker) delta.

Podešavanjem vrednosti potencijala u tačkama na površini elektroda, prethodni izraz dobija formu sistema integralnih jednačina koji za nepoznate funkcije ima raspodele struja duž elektroda $I_k(s'_k)$, $k=1, 2, 3, 4$. Nepoznate raspodele struja pretpostavljene su u polinomskoj formi [28]

$$I_k(s'_k) = \sum_{m=0}^{M_k} I_{km}(s'_k/l_k)^m, \quad k=1, 2, 3, 4 \quad (5)$$

gde je M_k stepen polinomske aproksimacije struje duž k -tog provodnika $k=1, 2, 3, 4$. Smenom (5) u izraz (2) sistem integralnih jednačina postaje sistem algebarskih jednačina čije su nepoznate strujni koeficijenti I_{km} , $k=1, 2, 3, 4$, $m=0, 1, 2, \dots, M_k$,

$$\begin{aligned} \sum_{k=1}^4 \sum_{m=0}^{M_k} I_{km} \left\{ \delta_{k1} K(s_n, s'_1 = l_1) - \frac{m}{l_k} \int_{s'_k=0}^{l_k} (s'_k/l_k)^{m-1} K(r_n, s'_k) ds'_k \right\} \\ = \begin{cases} 4\pi\sigma_1 U_1, n=1 \\ 4\pi\sigma_1 U_2, n=2, 3, 4. \end{cases} \end{aligned} \quad (6)$$

U prethodnom izrazu U_1 je oznaka za potencijal provodnika 1, dok je U_2 približna vrednost potencijala elektroda 2, 3 i 4 sa Sl. 2b. Sistem jednačina (6) rešava se metodom podešavanja u tačkama [27]. Nakon toga je moguće odrediti sve ostale veličine od interesa.

Kada se uzemljivački sistem sastoji od više elektroda, često se javlja potreba da se karakteriše stepen međusobnog uticaja delova uzemljivačkog sistema. Mera tog uticaja su međusobne impedanse sistema koje se javljaju u sistemu jednačina koji definiše "Z" parametre

$$\begin{aligned} U_1 = Z_{11} I_{g1} + Z_{12} I_{g2}, \\ U_2 = Z_{21} I_{g1} + Z_{22} I_{g2}, \end{aligned} \quad (7)$$

gde su Z_{11} i Z_{22} sopstvene, a Z_{12} i Z_{21} međusobne impedanse ($Z_{ij} = R_{ij} + jX_{ij}, i, j=1, 2$). "Z" parametri određuju se rešavanjem sistema jednačina (6) u simetričnom ($U_1 = U_2 = 1V$) i antisimetričnom režimu rada

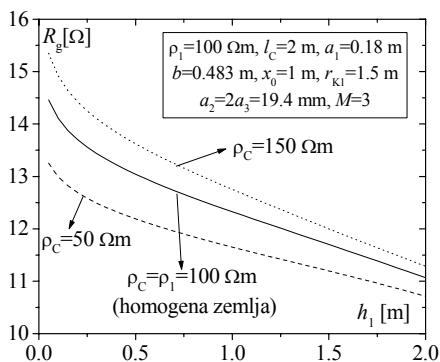
($U_1 = -U_2 = 1V$). Kada su sve četiri elektrode povezane i formiraju jedinstveni uzemljivački sistem, ukupna impedansa takvog sistema određuje se smenom $U_1 = U_2 = 1V$ u (7), ukupna impedansa uzemljivačkog sistema može odrediti kao

$$\underline{Z}_g = R_g + jX_g = 1/(I_{g1} + I_{g2}) = 1/(I_1(0) + I_2(0)). \quad (8)$$

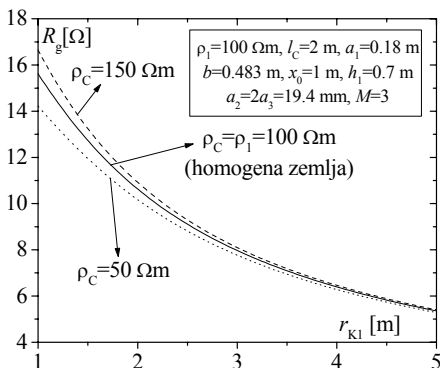
Kako se radi o kvazistacionarnoj analizi, u okviru konkretnih rezultata prikazane su međusobne i sopstvene otpornosti $R_{ij}, i, j = 1, 2$, kao i ukupna otpornost sistema R_g .

C. Numerički rezultati

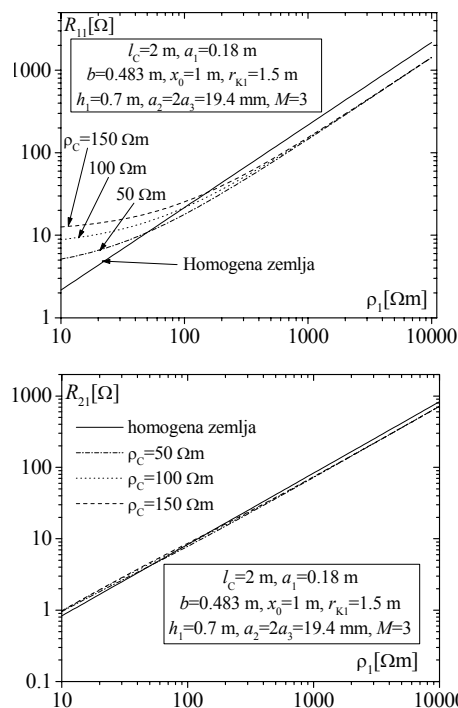
Primenom opisane procedure izvršena je karakterizacija uzemljivačkog sistema stuba sa Sl. 2a za vrednosti parametara $a = 0.25 m$, $b_s = 0.4 m$, $b_l = 0.2 m$, $l_c = 2 m$, $h_1 = 0.7 m$, $r_{k1} = 1.5 m$, $x_0 = 1 m$, $N = 10$ i $b = 0.483 m$, dok je poluprečnik poprečnog preseka ekvivalentnog provodnika kojim se zamenjuje armatura temelja $a_1 = a \sqrt{N r_0 / a} = 0.18 m$. Trakasti FeZn provodnik od koga je načinjen obruč i zemljovodni provodnici je pravougaonog poprečnog preseka dimenzija $30 \times 4 mm^2$. Poluprečnik ekvivalentnog kružnog poprečnog preseka provodnika kojim se aproksimira traka $a_3 = a_4 = a_2 / 2 = 9.7 mm$. Sve vrednosti parametara izabrane su na osnovu podataka iz [18]-[22] i [26]. Stepenn polinomske aproksimacije longitudinalnih struja je $M = 3$, dok je uticaj zemljovodnog provodnika uzet je u obzir tokom realizacije proračuna.



Sl. 3. Promena ukupne otpornosti uzemljivačkog sistema sa Sl. 2a u funkciji h_1 i ρ_c kao parametrom.



Sl.4 Promena ukupne otpornosti uzemljivačkog sistema sa Sl. 2a u funkciji r_{k1} i ρ_c kao parametrom.



Sl. 5. Promena sopstvene (R_{11}) i međusobne (R_{12}) otpornosti uzemljivačkog sistema sa Sl. 2a u funkciji ρ_1 i ρ_c kao parametrom.

Ukupna otpornost posmatranog uzemljivačkog sistema u funkciji dubine ukopavanja obruča h_1 i specifičnom otpornošću betona ρ_c kao parametrom prikazana je na Sl. 3. Specifična otpornost okolnog tla je $\rho_1 = 100 \Omega m$ dok ostali parametri uzimaju vrednosti navedene u prethodnom pasusu. Opadanje ukupne otpornosti sa povećavanjem dubine ukopavanja kada je u obzir uzet i zemljovodni provodnik je očekivano. Kada se zemljovod ne uzima u obzir, otpornost teži konstantnoj vrednosti [1].

Za dubinu ukopavanja obruča $h_1 = 0.7 m$ i iste vrednosti ostalih parametara kao na Sl. 3, ukupna otpornost uzemljivača sa Sl. 2a određena je u funkciji promene poluprečnika obruča r_{k1} i prikazana na Sl. 4.

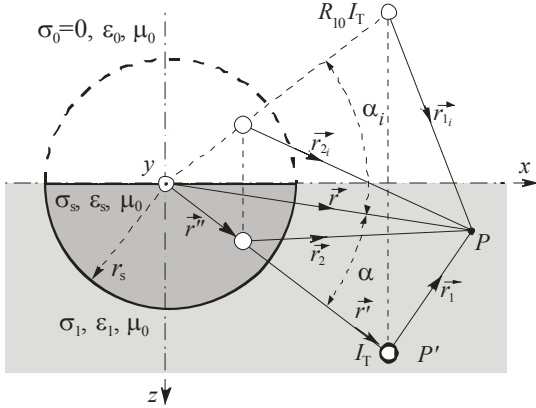
Na Sl. 5 prikazane su sopstvene i međusobne otpornosti uzemljivačkog sistema sa Sl. 2a u funkciji specifične otpornosti tla ρ_1 i specifičnom otpornošću betona ρ_c kao parametrom, pri čemu je uticaj zemljovodnog provodnika uzet u obzir. Vrednosti ostalih parametara iste su kao na Sl. 3. Očekivano, uticaj specifične provodnosti temelja je posebno prisutan kada se određuje sopstvena otpornost R_{11} , dok je kod međusobnih koeficijenata izražen u znatno manjoj meri. Isto važi i za ukupnu otpornost sistema [1].

III. UTICAJ POLUSFERIČNE NEHOMOGENOSTI TLA NA UZEMLJIVAČKE SISTEME

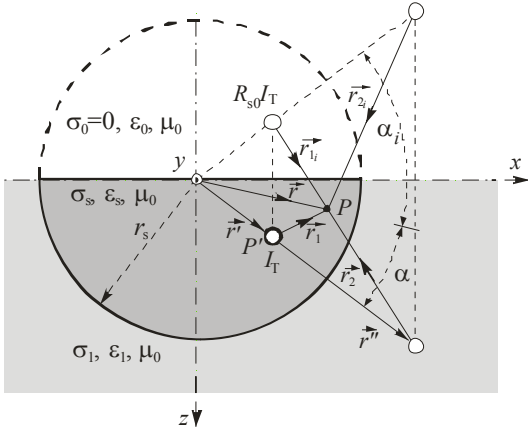
A. Grinove funkcije za polusferičnu nehomogenost

U [13]-[14] određeni su i primenjeni približni izrazi za Grinovu funkciju električnog skalar potencijala za tačkasti

izvor unutar/izvan poluprovodne polusferične nehomogenosti poluprečnika r_s . Aproximativni izrazi zasnovani su na približnim izrazima za Grinovu funkciju tačkastog izvora unutar/izvan poluprovodne sfere [6], za koju postoji i tačno rešenje [7] ali se izrazi zasnovani na približnom rešenju znatno lakše primenjuju u analizi realnih uzemljivačkih sistema. Analiza greške koja se čini primenom približnog rešenja takođe se može naći u [6].



Sl. 6. Tačkasti strujni izvor izvan nehomogenosti i deo sistema likova za određivanje potencijala izvan poluprovodne sfere.



Sl. 7. Tačkasti strujni izvor unutar nehomogenosti i deo sistema likova za određivanje potencijala unutar poluprovodne sfere.

Na Sl. 6 prikazan je tačkasti strujni izvor I_T izvan polusferične nehomogenosti, kao i deo likova za određivanje potencijala izvan polusfere. Tačkasti strujni izvor I_T unutar polusferične nehomogenosti električnih parametara σ_s , ϵ_s i $\mu_s = \mu_0$ (specifična provodnost, dielektrična konstanta i magnetna propustljivost respektivno), kao i deo likova za određivanje potencijala unutar polusfere prikazan je na Sl. 7. Električni parametri okolne zemlje i polusfere (smatranih homogenim izotropnim domenima) su σ_i , ϵ_i i $\mu_i = \mu_0$, $i = 1, s$ (σ -specifična provodnost, ϵ -dielektrična konstanta, i μ -magnetna propustljivost), gde $i = 1$ odgovara okolnoj zemlji dok $i = s$ definiše polusferu. Prvi indeks u oznakama za potencijale ϕ_{ij} i Grinove funkcije G_{ij} , $i, j = 1, s$ odgovara sredini u kojoj se odre-

đuje vrednost potencijala, dok drugi definiše oblast u kojoj leži tačkasti izvor.

Tako je Grinova funkcija za slučaj tačkastog izvora izvan poluprovodne polusferične nehomogenosti tla (Sl. 6),

$$G_{11}(\vec{r}, \vec{r}') = \frac{\phi_{11}(\vec{r}, \vec{r}')}{I_T} = \frac{1}{4\pi\sigma_1} \left[\frac{1}{r_1} + \frac{R_{1s}r_s}{r'} \left(\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r} \right) + \frac{R_{1s}T_{1s}}{2r'} \frac{r_s}{r} \ln \left(\frac{r - r'' \cos \alpha + r_2}{2r} \right) \right] + \frac{R_{10}}{4\pi\sigma_1} \left[\frac{1}{r_{1i}} + \frac{R_{1s}r_s}{r'} \left(\frac{1}{r_{2i}} - \frac{1}{r} \right) + \frac{R_{1s}T_{1s}}{2r'} \frac{r_s}{r} \ln \left(\frac{r - r'' \cos \alpha_i + r_{2i}}{2r} \right) \right], r > r_s, i \quad (9)$$

$$G_{s1}(\vec{r}, \vec{r}') = \frac{\phi_{s1}(\vec{r}, \vec{r}')}{I_T} = \frac{1}{4\pi\sigma_1} \left[T_{1s} \frac{1}{r_1} - \frac{R_{1s}}{r'} + \frac{R_{1s}T_{1s}}{2r'} \ln \left(\frac{r' - r \cos \alpha + r_1}{2r'} \right) + \frac{R_{10}}{4\pi\sigma_1} \left[T_{1s} \frac{1}{r_{1i}} - \frac{R_{1s}}{r'} + \frac{R_{1s}T_{1s}}{2r'} \ln \left(\frac{r' - r \cos \alpha_i + r_{1i}}{2r'} \right) \right], r < r_s. \quad (10)$$

Slično tome, za tačkasti izvor smešten unutar poluprovodne polusferične nehomogenosti tla (Sl. 7) je

$$G_{1s}(\vec{r}, \vec{r}') = \frac{\phi_{1s}(\vec{r}, \vec{r}')}{I_T} = \frac{1}{4\pi\sigma_1} \left[T_{1s} \frac{1}{r_1} - R_{1s} \frac{1}{r} + \frac{R_{1s}T_{1s}}{2r} \ln \left(\frac{r - r' \cos \alpha + r_1}{2r} \right) + \frac{R_{s0}}{4\pi\sigma_1} \left[T_{1s} \frac{1}{r_{1i}} - R_{1s} \frac{1}{r} + \frac{R_{1s}T_{1s}}{2r} \ln \left(\frac{r - r' \cos \alpha_i + r_{1i}}{2r} \right) \right], r > r_s, i \quad (11)$$

$$G_{ss}(\vec{r}, \vec{r}') = \frac{\phi_{ss}(\vec{r}, \vec{r}')}{I_T} = \frac{1}{4\pi\sigma_1} \left[\frac{T_{1s}}{T_{s1}r_1} - \frac{R_{1s}T_{1s}}{T_{s1}} \frac{r_s}{r'r_2} - \frac{R_{1s}}{r_s} + \frac{R_{1s}T_{1s}}{2r_s} \ln \left(\frac{r'' - r \cos \alpha + r_2}{2r''} \right) \right] + \frac{R_{s0}}{4\pi\sigma_1} \left[\frac{T_{1s}}{T_{s1}r_{1i}} - \frac{R_{1s}T_{1s}}{T_{s1}} \frac{r_s}{r'r_{2i}} - \frac{R_{1s}}{r_s} + \frac{R_{1s}T_{1s}}{2r_s} \ln \left(\frac{r'' - r \cos \alpha_i + r_{2i}}{2r''} \right) \right], r < r_s. \quad (12)$$

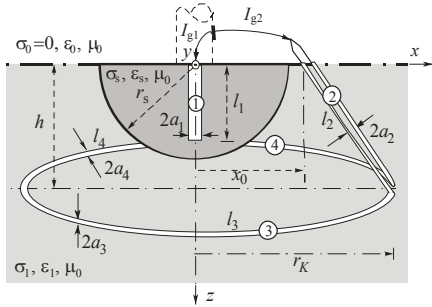
Geometrijski parametri koji se pojavljuju u izrazima (9-12) mogu se uočiti na Sl. 6-7, dok su sa R_{ij} i T_{ij} označeni koeficijenti refleksije i transmisije respektivno,

$$R_{ij} = \frac{\sigma_i - \sigma_j}{\sigma_i + \sigma_j} \quad \text{i} \quad T_{ij} = \frac{2\sigma_i}{\sigma_i + \sigma_j} \quad i, j = 0, 1, s. \quad (13)$$

U izrazu (13), sa $\sigma_i = \sigma_i + j\omega\epsilon_i$ označena je kompleksna specifična provodnost, pri čemu vrednosti indeksa 0, 1, s odgovaraju vazduhu, okolnoj zemlji i polusferičnom domenu respektivno.

B. Uzemljivački sistem stuba modelovan provodnikom unutar i prstenastom elektrodom izvan polusfere.

Posmatra se uzemljivački sistem stuba formiran od prave lineične elektrode smeštene unutar polusferične nehomogenosti ($\sigma_s, \epsilon_s, \mu_s = \mu_0$), i u odnosu na nehomogenost koncentrično postavljene prstenaste elektrode izvan polusferične nehomogenosti, u homogenoj zemlji ($\sigma_1, \epsilon_1, \mu_1 = \mu_0$), Sl. 8 [13]. Prava elektroda koja modeluje armaturu stuba (označena sa 1) i obruč napajani su niskofrekventnim strujama I_{g1} i I_{g2} , respektivno. Parametri geometrije sisteme mogu se uočiti sa Sl. 8. Dva zemljovodna provodnika tretirana kao jedinstven provodnik ($a_2 = 2a_3 = 2a_4$) i provodnici prstenaste elektrode označeni su sa 2, 3 i 4 respektivno. Kao i u slučaju uzemljivačkog sistema sa Sl. 2, elektroda 1, zemljovod i prstenasta elektroda smatraju se lineičnim.



Sl. 8. Uzemljivački sistem stuba sa jednim prstenom.

Nepoznate longitudinalne struje duž osa provodnika označene su sa $I_k(s'_k)$, $s'_k \in [0, l_k]$, $k = 1, \dots, 4$. Kao i u prethodnom odeljku, postojeća simetrija sistema rezultuje uslovom $I_3(s'_3) = I_4(s'_4)$, što važi i za odgovarajuće struje oticanja $I_{ot3}(s'_3) = I_{ot4}(s'_4)$.

Raspodele struja pretpostavljene su u obliku polinoma prvog stepena [28],

$$I_k(s'_k) = I_{k0} - I_{k1}(s'_k/l_k), s'_k \in [0, l_k], k = 1, \dots, 4, \quad (14)$$

gde su I_{k0} i I_{k1} , $k = 1, \dots, 4$ nepoznati koeficijenti. Izraz za potencijal u okolini sistema sa Sl. 8 formira se na način analogan onom u II B,

$$\begin{aligned} \varphi_i(\vec{r}) = & I_{g1} G_{is}(\vec{r}, \vec{r}' = 0) + I_{g2} G_{il}(\vec{r}, \vec{r}' = x_0 \hat{x}) + \\ & + \int_{s'_1=0}^{l_1} I_1(s'_1) \frac{\partial}{\partial s'_1} [G_{is}(\vec{r}, \vec{r}')] ds'_1 + \\ & + \sum_{k=1}^3 \int_{s'_k=0}^{l_k} I_k(s'_k) \frac{\partial}{\partial s'_k} [G_{il}(\vec{r}, \vec{r}')] ds'_k, \quad i=1, s, \end{aligned} \quad (15)$$

gde su Grinove funkcije $G_{ik}(\vec{r}, \vec{r}')$, $i, k = 1, s$ date izrazima (9)-(12).

Nepoznate raspodele struja zadovoljavaju uslove prethodno izložene jednačinom (3).

Primenom parcijalne integracije i imajući u vidu uslove (3), i pretpostavku o ekvipotencijalnosti površina elektroda ($\varphi = U_1$ za elektrodu 1 i $\varphi = U_2$ za elektrode 2, 3 i 4), potencijal u tački na površini n -tog provodnika, određenoj vektorom položaja \vec{r}_{cn} , $n = 1, \dots, 4$, dobija oblik:

- za $n = 1$ (tačka na provodniku 1)

$$\begin{aligned} \varphi(r = \vec{r}_{c1}) \cong U_1 = & I_1(s'_1 = l_1) G_{ss}(\vec{r}_{c1}, s'_1 = l_1) - \\ & - \int_{s'_1=0}^{l_1} \left[\frac{\partial}{\partial s'_1} I_1(s'_1) \right] G_{ss}(\vec{r}_{c1}, s'_k) ds'_1 - \\ & - \sum_{k=2}^4 \int_{s'_k=0}^{l_k} \left[\frac{\partial}{\partial s'_k} I_k(s'_k) \right] G_{s1}(\vec{r}_{c1}, s'_k) ds'_k; \end{aligned} \quad (16a)$$

- za $n = 2, 3, 4$ (tačke na provodnicima 2, 3 i 4)

$$\begin{aligned} \varphi(r = \vec{r}_{cn}) \cong U_2 = & I_1(s'_1 = l_1) G_{1s}(\vec{r}_{cn}, s'_1 = l_1) - \\ & - \int_{s'_1=0}^{l_1} \left[\frac{\partial}{\partial s'_1} I_1(s'_1) \right] G_{1s}(\vec{r}_{cn}, s'_1) ds'_1 - \\ & - \sum_{k=2}^4 \int_{s'_k=0}^{l_k} \left[\frac{\partial}{\partial s'_k} I_k(s'_k) \right] G_{11}(\vec{r}_{cn}, s'_k) ds'_k. \end{aligned} \quad (16b)$$

Izraz (16) predstavlja zapravo sistem integralnih jednačina za električni skalar potencijal. Smenom (14) u (16) i uzimajući u obzir da je

$$\frac{\partial}{\partial s'_k} I_k(s'_k) = -I_{k1}/l_k, \quad k = 1, 2, 3, 4, \quad (17)$$

sistem integralnih jednačina (16) transformiše se u sistem jednačina čije su nepoznate strujni koeficijenti I_{km} , $k = 1, 2, 3, 4$:

-za $n = 1$

$$\begin{aligned} \sum_{m=0}^1 I_{1m} G_{ss}(\vec{r}_{c1}, s'_1 = l_1) + \frac{I_{11}}{l_1} \int_{s'_1=0}^{l_1} G_{ss}(\vec{r}_{c1}, s'_1) ds'_1 + \\ + \sum_{k=2}^4 \frac{I_{k1}}{l_k} \int_{s'_k=0}^{l_k} G_{s1}(\vec{r}_{c1}, s'_k) ds'_k = U_1; \end{aligned} \quad (18a)$$

- za $n = 2, 3, 4$

$$\begin{aligned} \sum_{m=0}^1 I_{1m} G_{1s}(\vec{r}_{cn}, s'_1 = l_1) + \frac{I_{11}}{l_1} \int_{s'_1=0}^{l_1} G_{1s}(\vec{r}_{cn}, s'_1) ds'_1 + \\ + \sum_{k=2}^4 \frac{I_{k1}}{l_k} \int_{s'_k=0}^{l_k} G_{11}(\vec{r}_{cn}, s'_k) ds'_k = U_2. \end{aligned} \quad (18b)$$

Sistem jednačina (18) rešava se metodom podešavanja u tačkama. Nakon toga je moguće odrediti sve ostale veličine od interesa.

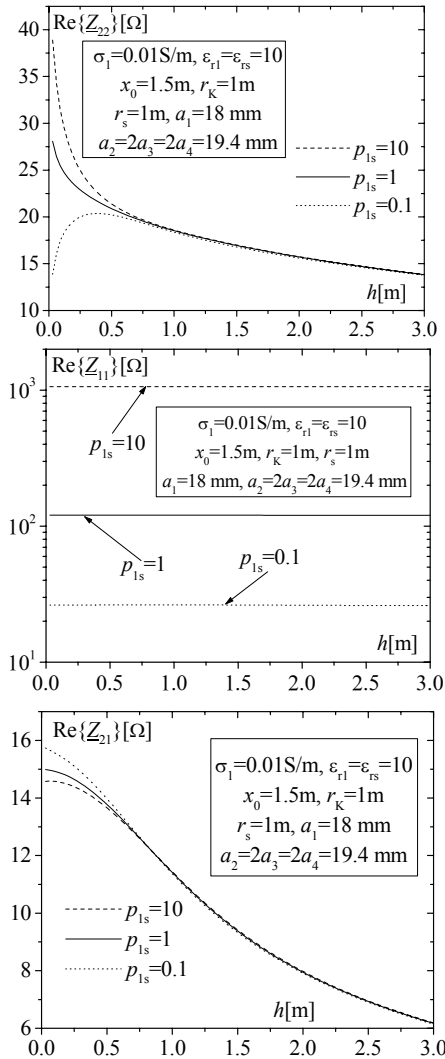
"Z" parametri, kao i ukupna otpornost uzemljivačkog sistema sa Sl. 8 određuju se procedurom prethodno opisanim u tački II B. Pri tome se zemljovod i obruč (provodnici 2, 3 i 4) tretiraju kao jedinstvena elektroda.

C. Numerički rezultati

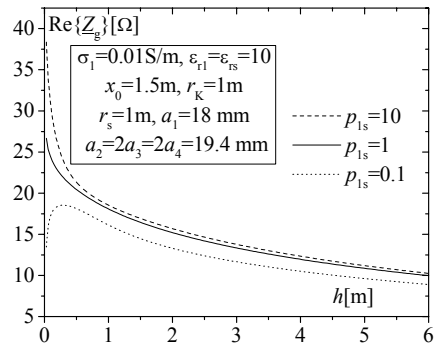
Procedura izložena u prethodnoj tački primenjena je na karakterizaciju sistema sa Sl. 8, pri čemu su vrednosti parametara $\sigma_1 = 10^{-2}$ S/m, $\epsilon_{r1} = \epsilon_{rs} = 10$, $l_1 = 0.5$ m, $r_k = 1$ m, $x_0 = 1.5$ m i $r_s = 1$ m [1]. Armatura stuba modelovana je na isti način kao i u tački II ekvivalentnim provodnikom poluprečnikai $a_1 = a_0 \sqrt[3]{N r_0 / a_0} = 0.18$ m. Zemljovod i obruč načinjeni su od trakastog FeZn provodnika pravougaonog poprečnog preseka dimenzija 30×4 mm², a njegov ekvivalentni poluprečnik određen na

osnovu postupka iz [29] je $a_2/2 = a_3 = a_4 = 9.7 \text{ mm}$. Odabrane vrednosti parametara pripadaju opsezima koji se javljaju u kod realizacije praktičnih uzemljivačkih sistema [19], [21].

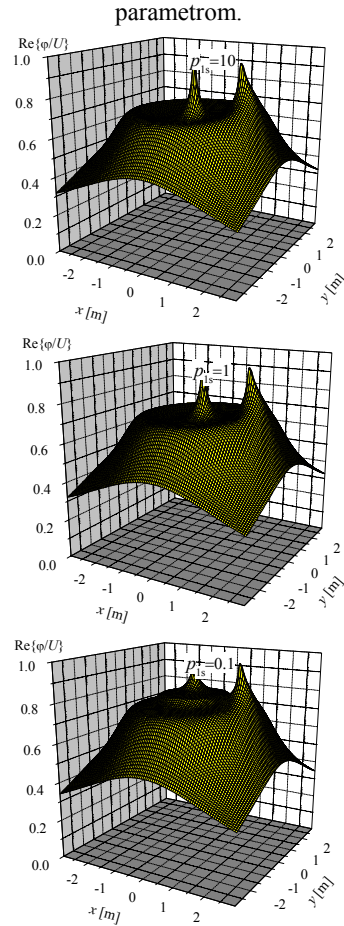
Za navedene vrednosti parametara uzemljivačkog sistema sa Sl. 8, određeni su "Z" parametri. Njihovi realni delovi, tj. sopstvene i međusobne otpornosti elektrodnog sistema sa Sl. 8 u funkciji promene dubine ukopavanja obruča h i odnosom $p_{1s} = \sigma_1 / \sigma_s$ kao parametrom, prikazani su na Sl. 9. U obzir je uzet i uticaj zemljovoda, što u daljem tekstu neće biti posebno naglašavano. Sa grafika je očigledno da je uticaj odnosa p_{1s} posebno značajan na sopstvenu otpornost $\text{Re}\{Z_{11}\}$ dok je uticaj zemljovoda najizraženiji kada se radi o sopstvenoj otpornosti $\text{Re}\{Z_{22}\}$. Za iste vrednosti parametara određena je i ukupna otpornost uzemljivačke strukture sa Sl. 8 u funkciji dubine ukopavanja obruča h i odnosom $p_{1s} = \sigma_1 / \sigma_s$ kao parametrom i prikazana na Sl. 10. Očigledan je uticaj polusferične nehomogenosti na ukupnu otpornost sistema.



Sl. 9. Promena sopstvenih i međusobnih otpornosti uzemljivačkog sistema sa Sl. 8 u funkciji dubine ukopavanja h i odnosom $p_{1s} = \sigma_1 / \sigma_s$ kao parametrom.



Sl. 10. Ukupna otpornost uzemljivačkog sistema sa Sl. 8 u funkciji dubine ukopavanja h i odnosom $p_{1s} = \sigma_1 / \sigma_s$ kao parametrom.



Sl. 11. Normalizovana raspodela potencijala na površini tla u okolini uzemljivačkog sistema sa Sl. 8 za različite vrednosti parametra $p_{1s} = \sigma_1 / \sigma_s$.

Normalizovana raspodela potencijala na površini tla u okolini uzemljivačkog sistema sa Sl. 8 za različite vrednosti odnosa $p_{1s} = \sigma_1 / \sigma_s$ prikazana je na Sl. 11. Pri tome je $r_k = 2 \text{ m}$ i $h = 0.5 \text{ m}$, dok su vrednosti ostalih parametara iste kao i na Sl. 9-10. Potencijal je normalizovan jedinstvenim potencijalom elektroda uzemljivačkog sistema U . Maksimumi potencijala nalaze se u tačkama u okolini mesta u kojima u zemlju prodire elektroda 1, odnosno zemljovod, kao i u tačkama koje se nalaze iznad obruča, što je u ovom slučaju i očekivano ponašanje funkcije potencijala. Takođe, za $p_{1s} = 0.1$ (polusfera velike provod-

nosti), funkcija potencijala je, očekivano, prilično "mirna" na površini polusfere, osim u okolini tačke napajanja.

IV. ZAKLJUČAK

Procedure izložene u radu moguće je primeniti na različite uzemljivačke strukture, čija se geometrija može modelovati analiziranim nehomogenostima. Dobijeni rezultati ukazuju na činjenicu da je uticaj na ovaj način aproksimiranih nehomogenostim tla, na pojedine parametre uzemljivačkih sistema značajan i da bi potencijalno bilo potrebe da se uključe u standarde kao što je [19].

ZAHVALNICA

Ovaj rad je delimično finansiran sredstvima Ministarstva za nauku i tehnološki razvoj Republike Srbije.

LITERATURA

- [1] N. N. Cvetković, "Prilog modelovanju uzemljivačkih sistema u prisustvu polusferične i cilindrične nehomogenosti tla," Doktorska disertacija, Katedra za teorijsku elektrotehniku, Elektronski fakultet u Nišu, 2009.
- [2] P. D. Rančić, S. Z. Đokić, Z. P. Stajić, "Vertical ground rod (VGR) in inhomogeneous earth of sectoral type," *El. Letters*, Vol. 30, No. 19, 1994, pp 1562-1564.
- [3] P. D. Rančić, L. V. Stefanović, Đ. R. Đorđević, "An improved linear grounding system analysis in two-layer earth," *IEEE Transactions on Magnetics*, Vol. 32, No. 5, 1995, pp 5179-5187.
- [4] P. D. Rančić, Z. P. Stajić, Đ. R. Đorđević, B. S. Tošić, "Analysis of linear ground electrodes placed in vertical three-layer earth," *IEEE Transactions on Magnetics*, Vol. 32, No. 3, 1996, pp 1505-1508.
- [5] P. D. Rančić, "Osnovni izrazi za izračunavanje strukture EM polja proizvoljno postavljenog Hercovog dipola u nehomogenoj zemlji koja je aproksimirana sa N homogenih i izotropnih slojeva-kvazistacionarna analiza," Laboratorija za električne instalacije i osvetljenje, Elektronski fakultet, Univerzitet u Nišu, Tehnički izveštaj, TEH-RP-EM-11b, Januar 1998.
- [6] P. D. Rančić, "A point ground electrode in the presence of spherical ground inhomogeneity: analysis of two approximate closed form solutions for electrical scalar potential," in *Proc. International PhD Seminar Computational Electromagnetics and Technical Applications*, Banja Luka, Bosnia and Herzegovina, August 28-September 01, 2006, pp. 213-223.
- [7] J. A. Stratton, *Electromagnetic theory*. New York /London, Mc Grow-Hill Book Company, 1941, pp 201-205.
- [8] L. Hannakam, N. Sakaji, "Störung der Potentialverteilung des strombeschichten Erdreiches durch Erzeinschlüße," *Archiv für Elektrotechnik*, Vol. 68, No. 1, 1985, pp 57-62.
- [9] I. V. Lindell, "Electrostatic image theory for the dielectric sphere," *Radio Sci.*, Vol. 27, No. 1, 1992, pp 1-8.
- [10] J. C-E. Sten, I. V. Lindell, "Electrostatic image theory for the dielectric sphere with an internal source," *Microwave and optical technology letters*, Vol 5, No. 11, October 1992, pp 579-602.
- [11] D. M. Veličković, "Green's function of spherical body," in *Proc. Euro Electromagnetics*, in *Proc. EUROEM '94*, Bordeaux, France, May 30 - June 4, 1994, THp-09-04.
- [12] N. N. Cvetković, P. D. Rančić, "A Simple Model for a Numerical Determination of Electrical Characteristics of a Pillar Foundation Grounding System," *Engineering Analysis with Boundary Elements*, Elsevier, Volume 33, 2009, pp. 555-560.
- [13] N. N. Cvetković, P. D. Rančić, "Influence of foundation on pillar grounding system's characteristics," *COMPEL: The International Journal for Computation and Mathematics in Electrical and Electronic Engineering*, Emerald Group Publishing Limited, Volume 28, Number 2, 2009, pp. 471-492.
- [14] P. D. Rančić, "Jedan jednostavan model cilindričnog temeljnog uzemljivača stuba," Laboratorija za električne instalacije i osvetljenje, Elektronski fakultet, Univerzitet u Nišu, Tehnički izveštaj, TIL-GS-04, 2007.
- [15] N. N. Cvetković, P. D. Rančić, "Model for Analyzing a Pillar Grounding System with Cylindrically-Shaped Concrete Foundation," *Electromagnetics*, Taylor & Francis, Volume 29, Number 2, 2009, pp. 151-164.
- [16] P. D. Rančić, N. N. Cvetković, "Pillar star-shaped grounding system," in *CD Proc. 14th Int.l Symp. on Electromagnetic Fields in Mechatronics, Electrical and Electronic Engineering, ISEF 2009*, Arras, France, September 10 - 12, 2009, Session P4, Paper Id 077.
- [17] P. D. Rančić, N. N. Cvetković, "Square shaped electrode as pillar grounding system," in *Vol. 2 of Proc. 8th Int. Conf. on Telecommunications in Modern Satellite, Cable and Broadcasting Services-TELSIKS 2009*, Niš, Serbia, October 07-09, 2009, pp. 351-354.
- [18] J. Nahman, *Uzemljenje neutralne tačke distributivnih mreža*. Beograd, Naučna knjiga, 1980.
- [19] *Zbirka tehničkih preporuka ED Srbije*, EPS-Direkcija za distribuciju električne energije, Beograd 2001.
- [20] Lj. Gerić, "Karakteristike prstenastih uzemljivača," u *Zborniku radova JUNAKO CIGRE*, 1977, Ref. 22-07, str. 93-110.
- [21] T. Radojičić, *Betonske konstrukcije*. Niš, Prosveta, 1981.
- [22] "Armirano betonski montažni temelji EBB-MT1," Web prezentacija kompanije ELEKTROIZGRADNJA, Bajina Bašta. Dostupno na: <http://www.ebb.rs/proizvodi/pdf/ARMIRANO%20BETONSKI%20MONTAZNI%20TEMELJI%20EBB-MT1.pdf>
- [23] J. Ribič, J. Podlipnik, "Uzemljenje i negativni učinci upotrebe pocinčanih uzemljivača u temeljima objekata," Web prezentacija Kompanije Hermi. Dostupno na: <http://www.hermi.si/bih/Projektanti/Uzemljenjeinegativniuc%4%8Dincupotrebe/tabid/442/Default.aspx>
- [24] M. Chouteau, S. Beaulieu, "An investigation on application of the electrical resistivity tomography method to concrete structures," *Geophysics* 2002, Los Angeles, CA, USA, April 15-19, 2002. Available: http://www.dot.ca.gov/hq/esc/geotech/gg/geophysics2002/050chouteau_resistivity_tomography.pdf
- [25] "Soil Moisture Retrieval Algorithm," NASA Earth Science Office web page. Available: http://www.ghcc.msfc.nasa.gov/landprocess/lp_smrs.html
- [26] T. Bojković, N. Mijušković, "Karakteristike prstenastih i zrakastih uzemljivača za stubove nadzemnih vodova 10 (20) kV," u *Zborniku radova XIV Savetovanja JUKO CIGRE*, Sarajevo 1979, Ref. 322.01.
- [27] R. F. Harrington, *Field Computation by Moment Methods*, New York, The Macmillan Company, 1969.
- [28] B. Popović, "Polynomial Approximation of Current Along Thin Symmetrical Cylindrical Dipole," *Proc. IEE*, Vol. 117, No 5, 1970, pp. 873-878.
- [29] J. V. Surutka, D. M. Veličković, "Jedan numerički postupak za izračunavanje otpornosti uzemljenja toroidalnih uzemljivača," u *Zborniku radova XII Međunarodnog Simpozijuma o obradi podataka INFORMATICA*, Bled, Jugoslavija, 1977.
- [30] P. D. Rančić, "A new concept for linear grounding system analysis," in *Proc. of Fourth Int. Symp. of Applied Electrostatics, IIEC '96*, Niš, Yugoslavia, May 22-24, 1996, pp 103-116.

ABSTRACT

The influence of semi-spherically and cylindrically shaped inhomogeneities on grounding systems in the surroundings of such inhomogeneities is analyzed in the paper. Practically realized grounding systems are observed. Applying different numerical methods, the leakage currents and electric scalar potential distributions are determined, as well as the grounding system resistance. The influence of earthing conductor has also been analyzed.

MODELLING OF GROUNDING SYSTEMS IN THE PRESENCE OF SEMISPHERICAL AND CYLLINDRICAL INHOMOGENEITIES

Enad N. Cvetković, Predrag D. Rančić