

Efikasno modelovanje složenih elektromagnetskih struktura zasnovano na novom algoritmu prostorne segmentacije heksaedarskim konačnim elementima

Slobodan V. Savić, Milan M. Ilić, *Member, IEEE*, Branko M. Kolundžija, *Fellow, IEEE* i Branislav M. Notaroš, *Senior Member, IEEE*

Sadržaj — Predstavljen je novi algoritam za prostornu segmentaciju heksaedarskim konačnim elementima, zajedno sa pridruženim algoritmom za prostornu segmentaciju četvorouglova. Istaknuti su problemi koji se javljaju prilikom spajanja algoritama za prostornu segmentaciju četvorouglova i heksaedara u hibridnoj FEM – MoM metodi. Prikazan je referentni primer analize rasejača na rezonantnoj učestanosti.

Ključne reči — Geometrijsko modelovanje, elektromagnetska analiza, hibridne metode, metoda konačnih elemenata, metoda momenata, mešing.

I. UVOD

HIBRIDIZACIJOM velikodomenske metode konačnih elemenata (*finite element method*, FEM) [1] i velikodomenske metode momenata (*method of moments*, MoM) [2] dobija se robusna hibridna FEM-MoM metoda [3] za numeričko modelovanje elektromagnetskih (EM) struktura, koja ima velikih prednosti u odnosu na srodne malodomenske metode [4]-[8]. Umesto modelovanja EM problema velikim brojem električno malih elemenata (dužine ivice reda $\lambda/10$ u svakom od pravaca, gde je λ talasna dužina u posmatranoj sredini), problem se modeluje malim brojem električno velikih elemenata (dužine ivice do 2λ u svakom od pravaca). Ovo za posledicu ima znatno manji broj nepoznatih potrebnih za rešavanje EM problema i manje zauzeće računarskih resursa prilikom EM simulacije.

Rad je finansiran od strane Ministarstva za nauku i tehnološki razvoj Republike Srbije u okviru projekta ET-11021 i od strane National Science Foundation, SAD, u okviru projekata ECCS-0647380 i ECCS-0650719.

Slobodan V. Savić, Elektrotehnički fakultet, Univerzitet u Beogradu, Bulevar kralja Aleksandra 73, 11120 Beograd, Srbija; (telefon: 381-11-3370101; e-mail: ssavic@etf.rs).

Milan M. Ilić, Elektrotehnički fakultet, Univerzitet u Beogradu, Bulevar kralja Aleksandra 73, 11120 Beograd, Srbija; (telefon: 381-11-3370101; e-mail: milanilic@etf.rs).

Branko M. Kolundžija, Elektrotehnički fakultet, Univerzitet u Beogradu, Bulevar kralja Aleksandra 73, 11120 Beograd, Srbija; (telefon: 381-11-3218329; e-mail: kol@etf.rs).

Branislav M. Notaroš, ECE Department, Colorado State University, 1373 Campus Delivery, Fort Collins, CO 80523-1373, USA; (e-mail: notaros@colostate.edu).

Međutim, zbog velikih dimenzija osnovnih gradivnih elemenata u velikodomenskom načinu modelovanja, javljaju se teškoće prilikom geometrijske segmentacije, posebno u slučaju zakrivljenih struktura. Zbog toga je razvoj algoritama i softverskih rešenja za automatsku prostornu segmentaciju u velikodomenskom načinu modelovanja znatno teži u odnosu na malodomenski način modelovanja, gde postoje standardni paketi (mešeri), tipično za automatsku tetraedarsku segmentaciju. Koliko je autorima poznato, trenutno ne postoje komercijalno dostupni softverski paketi koji rade automatsku segmentaciju velikim zakrivljenim heksaedrima. Ovo je i osnovni motiv za razvoj novog algoritma za prostornu segmentaciju velikim heksaedarskim konačnim elementima.

U odeljku II rada predstavljena je teorijska osnova za velikodomenski način modelovanja. U odeljku III predstavljen je postojeći algoritam za prostornu segmentaciju četvorouglova i naglašeni su problemi koji se javljaju prilikom njegovog spajanja sa algoritmom za prostornu segmentaciju heksaedara. U odeljku IV predstavljen je novi algoritam za prostornu segmentaciju heksaedara. U odeljku V dat je primer analize sferičnog EM rasejača na rezonantnoj učestanosti hibridnom FEM-MoM metodom višeg reda, uz korišćenje novog algoritma prostorne segmentacije heksaedarskim konačnim elementima.

II. GENERALIZOVANI ZAKRIVLJENI PARAMETARSKI HEKSAEDAR

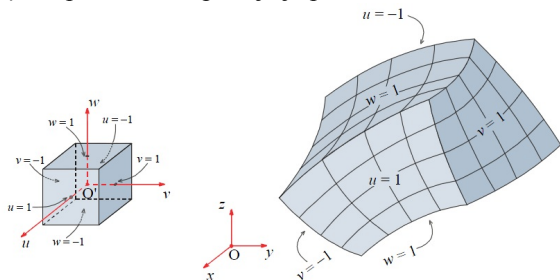
Izbor tipa elementa za geometrijsko modelovanje EM problema predstavlja kompromis između fleksibilnosti elementa prilikom modelovanja različitih geometrijskih struktura sa jedne strane, i njegove matematičke složenosti sa druge strane. Primera radi, kvadar, tetraedar i trostrana prizma su jednostavni za implementaciju i njihovi parametri se brzo proračunavaju. Sa druge strane, ovi elementi imaju skromnu geometrijsku fleksibilnost jer, zbog pravih ivica i planarnih stranica, modelovanje zakrivljenih struktura ovim elementima postaje složeno i zahteva finu podelu kako bi se postigla zadovoljavajuća tačnost geometrijske aproksimacije.

Generalizovani zakrivljeni parametarski heksaedar

višeg (teorijski proizvoljnog) reda [1] predstavlja atraktivan izbor fleksibilnog elementa sa zakrivljenim stranicama, koji je prilagođen kako bi bio osnovni gradivni element prilikom geometrijskog modelovanja proizvoljnih trodimenzionalnih (3-D) elektromagnetskih struktura. Generalizovani heksaedar definisan je sa $M = (K + 1)^3$ tačaka (interpolacionih čvorova) proizvoljno raspoređenih u prostoru, gde K ($K \geq 1$) predstavlja geometrijski red elementa. Analitički, element se može opisati pomoću formule

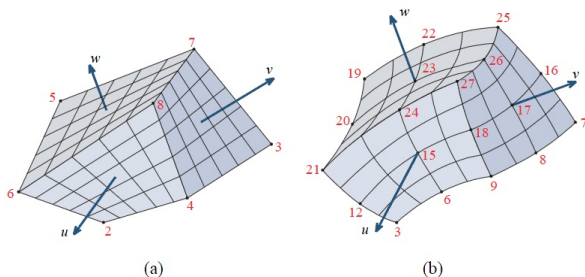
$$\mathbf{r}(u, v, w) = \sum_{i=1}^M \mathbf{r}_i \hat{L}_i^K(u, v, w), \quad -1 \leq u, v, w \leq 1. \quad (1)$$

gde su $\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \dots, \mathbf{r}_M$ vektori položaja interpolacionih čvorova, $\hat{L}_i^K(u, v, w)$ su proizvodi *Lagrange*-ovih interpolacionih polinoma koji zadovoljavaju *Kronecker*-ovu delta relaciju $\hat{L}_i^K(u_j, v_j, w_j) = \delta_{ij}$, u_j, v_j i w_j predstavljaju parametarske koordinate j -tog čvora. Jednačina (1) definiše mapiranje roditeljskog elementa, u ovom slučaju kocke koja zauzima $-1 \leq u, v, w \leq 1$ deo $u - v - w$ prostora, u zakrivljeni generalizovani heksaedar $x - y - z$ prostora. Mapiranje je prikazano na sl. 1.



Sl. 1. Mapiranje kocke u zakrivljeni generalizovani heksaedar.

Na sl. 2(a) prikazan je element prvog reda ($K = 1$), nazvan trilinearni heksaedar [9], zajedno sa vidljivim koordinatnim linijama koji je u potpunosti definisan sa $M = 8$ interpolacionih tačaka. Njegove ivice i sve koordinatne linije su prave, dok su stranice, bilinearne kvadrilateralne površi [10] generalno zakrivljene. Trilinearni heksaedar pruža veću fleksibilnost geometrijskog modelovanja u poređenju sa standardno korišćenim elementima kao što su kvadar, tetraedar i trostrana prizma.

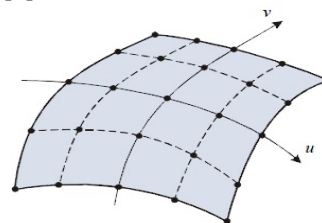


Sl. 2. (a) Trilinearni heksaedar ($K = 1, M = 8$),
(b) Trikvadratni heksaedar ($K = 2, M = 27$).

Element drugog reda ($K = 2$), trikvadratni heksaedar, prikazan na sl. 2(b), definisan je sa $M = 27$ interpolacionih čvorova proizvoljno raspoređenih u prostoru. Njegove

ivice i sve koordinatne linije su polinomske krive drugog reda. Njegove stranice su zakrivljene, fleksibilne i lako mogu aproksimirati proizvoljne krivine. Naravno, parametarska tela višeg geometrijskog reda ($K > 2$) pružaju još bolju fleksibilnost i tačnost prilikom modelovanja kompleksnih zakrivljenih struktura, ali po ceni izračunavanja složenijih geometrijskih parametara što može znatno da poveća ukupno vreme EM simulacije.

Generalizovani zakrivljeni četvorougao, prikazan na sl. 3, koristi se za modelovanje površi u velikodomenskoj MoM metodi [2].

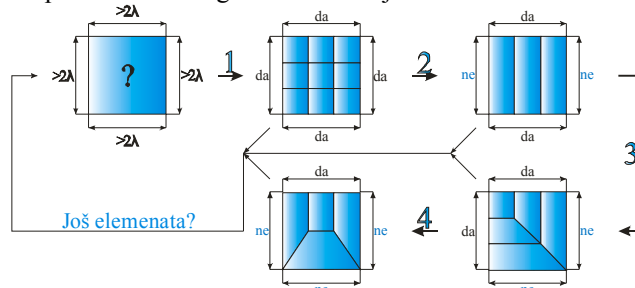


Sl. 3. Zakrivljeni četvorougao.

III. ALGORITAM ZA PROSTORNU SEGMENTACIJU ČETVOROUGLOVA

Osnovna ideja prilikom pravljenja algoritma za prostornu segmentaciju heksaedarskim konačnim elementima, bila je ostvarenje kompatibilnosti sa postojećim algoritmom za prostornu segmentaciju četvorouglova. Kompatibilno rešenje podrazumeva da u FEM-MoM metodi, gde su granične površi FEM heksaedara zatvorene MoM četvorouglovima, nakon podele četvorouglova i heksaedara, svaka od graničnih površi heksedara bude zatvorena samo jednim četvorougлом. Takođe, jedan četvorougao može pripadati samo jednoj graničnoj površi heksaedara.

Postojeći algoritam za prostornu segmentaciju četvorouglova (sličan onom koji se koristi u softverskom paketu WIPL-D [11]) prikazan je na sl. 4. Potreban uslov za izvršenje algoritma je da barem jedna stranica četvorougla bude duža od 2λ . Kroz četiri koraka, u zavisnosti od toga koje stranice prelaze dužinu od 2λ , vrši se podela četvorougla na više manjih.

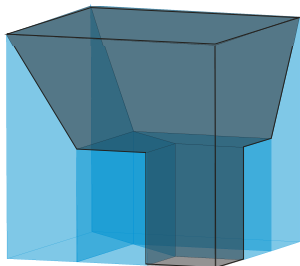


Sl. 4. Postojeći algoritam za prostornu segmentaciju četvorouglova.

Za određene slučajeve nije moguće direktno preslikavanje postojećeg algoritma za prostornu segmentaciju četvorouglova na algoritam za prostornu segmentaciju heksaedara.

Na sl. 5 prikazan je primer u kome dve ivice heksaedra (u donjoj ravni) sa zajedničkim temenom prelaze dužinu od 2λ , dok su sve ostale ivice kraće. Ukoliko bi pokušali

da podelimo heksaedar na način kompatibilan sa postojećim algoritmom za prostornu segmentaciju četvorouglova, ostao bi deo prostora (tamnije obojen) koji ne bi bilo moguće podeliti na takav način.

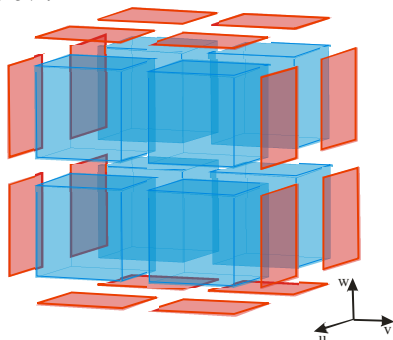


Sl. 5. Dve ivice heksaedra sa zajedničkim temenom prelaze dužinu od 2λ . Nije moguća kompatibilnost algoritama za prostornu segmentaciju četvorouglova i heksaedara.

IV. NOVI ALGORITAM ZA PROSTORNU SEGMENTACIJU HEKSAEDARSKIM KONAČNIM ELEMENTIMA

Pošto je nemoguće napraviti kompatibilno rešenje za prostornu segmentaciju heksaedara sa postojećim algoritmom za segmentaciju četvorouglova (prikazanim u odeljku III), razvijen je novi poluautomatski algoritam za prostornu segmentaciju heksaedarskim elementima, zajedno sa kompatibilnim algoritmom za segmentaciju četvorouglova.

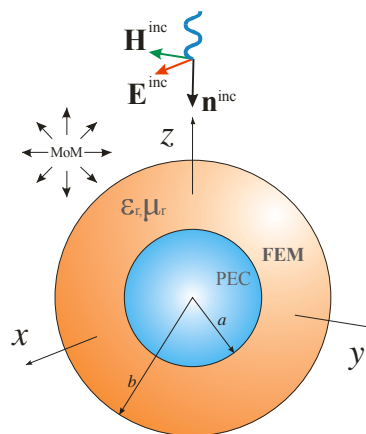
Korisnik, za svaki heksaedar, zadaje način na koji će biti podeljen, tj. broj delova na koji će biti podeljen u svakom od pravaca (tj. lokalnih koordinata u , v i w). Automatski se vrši podela i odgovarajućih četvorouglova (MoM graničnih uslova) na kompatibilan način. Algoritam je u stanju da radi sa heksaedrima i četvorouglovima proizvoljnog geometrijskog reda. Na sl. 6 prikazan je primer podele jednog heksaedra, na po dva dela u u , v i w pravcu. Crvenom bojom su označeni odgovarajući MoM granični uslovi.



Sl. 6. Podela hedsaedra primenom novog algoritma za prostornu segmentaciju. Element je podeljen na po dva dela u u , v i w pravcu. Crvenom bojom označeni su odgovarajući četvorouglovi.

V. NUMERIČKI PRIMER

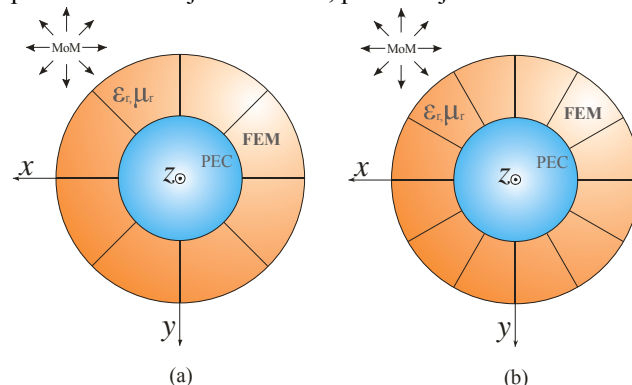
Posmatrajmo električno savršeno provodnu (PEC) sferu sa omotačem od dielektrika, prikazanu na sl. 7. Relativna permitivnost i permeabilnost dielektrika su $\epsilon_r = 4$ i $\mu_r = 1$, respektivno. Poluprečnik sfere je $a = 0,3423\lambda_0$, poluprečnik dielektrične sfere je $b = 0,4440\lambda_0$, gde λ_0 predstavlja talasnu dužinu u vakumu. Ove dimenzije odgovaraju učestanosti unutrašnje rezonance sfere.



Sl. 7. Savršeno provodna sfera sa omotačem od dielektrika.

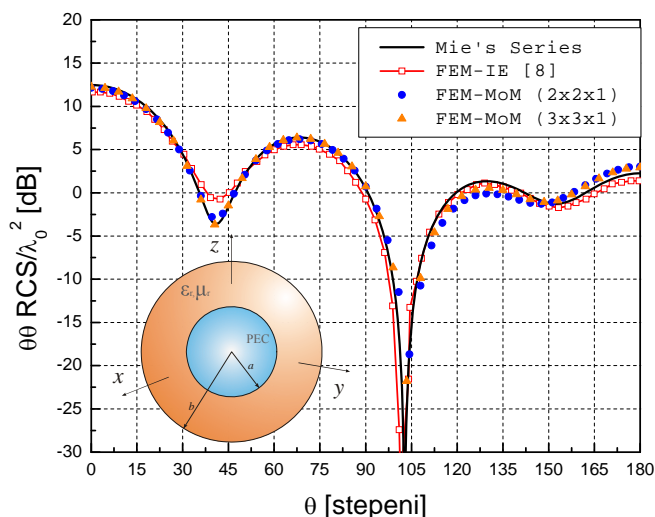
Osnovni model, na koji je primenjen novi algoritam za prostornu segmentaciju sastoji se od 6 zakrivljenih heksaedara drugog reda [12]. Sa unutrašnje strane, FEM elementi su zatvoreni PEC graničnim uslovima. Sa spoljašnje strane postavljeno je 6 zakrivljenih četvorouglova, MoM elemenata, drugog geometrijskog reda.

Primenom novog algoritma za prostornu segmentaciju, svaki od FEM elemenata, za slučaj $2 \times 2 \times 1$, u transversalnom pravcu podeljen je na 4 jednaka elementa, što ukupno daje 24 FEM elementa i 24 MoM elementa. Za slučaj $3 \times 3 \times 1$, svaki od FEM elemenata u transversalnom pravcu podeljen je na 9 jednakih elemenata, što ukupno daje 54 FEM elementa i 54 MoM elementa. Poprečni presek novodobijenih modela, prikazan je na sl. 8.



Sl. 8. Poprečni presek FEM-MoM modela sferičnog rasejača sa sl. 7, nakon primene algoritma za prostornu segmentaciju, (a) za slučaj $2 \times 2 \times 1$, i (b) slučaj $3 \times 3 \times 1$.

Na sl. 9 prikazan je normalizovani bistatički radarski poprečni presek (RCS/λ_0^2) rezonantnog sferičnog rasejača za ravni incidentni talas skiciran na sl. 7. Polje i struje u FEM-MoM metodi aproksimirani su polinomima drugog reda. Rezultati se porede sa analitičkim rešenjem i sa rezultatima dobijenim korišćenjem simetrične FEM-Integral Equation (FEM-IE) metode niskog reda [8]. Ostvareno je dobro slaganje rezultata. FEM-MoM metoda višeg reda daje tačnije RCS rešenje za uglove bliske 40 stepeni u poređenju sa FEM-IE metodom niskog reda.



Sl. 9. Normalizovani bistatički RCS sfernog rasejača sa sl. 7. Poređenje rešenja dobijenog FEM-MoM metodom višeg reda sa analitičkim rešenjem i FEM-IE rešenjem [8].

VI. ZAKLJUČAK

Predstavljen je novi algoritam za prostornu segmentaciju heksaedarskim konačnim elementima, koji je u stanju da iskoristi prednosti velikodomenskog načina modelovanja. Primer analize rasejača sa izrazitim zakrivljenjima na rezonantnoj učestanosti prikazan je kako bi pokazao efikasnost i tačnost velikodomenskog načina modelovanja u kombinaciji sa novim algoritmom za prostornu segmentaciju heksaedarskim konačnim elementima. Naš budući rad biće usmeren u pravcu razvoja potpuno automatizovanog algoritma prostorne segmentacije heksaedarskim konačnim elementima, koji će omogućiti još efikasniji način modelovanja realnih EM problema, i koji će biti u stanju da na pravi način iskoristi sve prednosti velikodomenskog načina modelovanja.

LITERATURA

- [1] M. M. Ilić and B. M. Notaroš, "Higher order hierarchical curved hexahedral vector finite elements for electromagnetic modeling," *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, Vol. 51, No. 3, March 2003, pp.1026-1033.
- [2] M. Djordjević and B. M. Notaroš, "Double higher order method of moments for surface integral equation modeling of metallic and dielectric antennas and scatterers," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 52, No. 8, August 2004, pp.2118-2129.
- [3] M. M. Ilić, M. Đorđević, A. Ž. Ilić, and B. M. Notaroš, "Higher order hybrid FEM-MoM technique for analysis of antennas and

- scatterers," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, Vol. 57, May 2009, pp.1452-1460.
- [4] X. Yuan, "Three-dimensional electromagnetic scattering from inhomogeneous objects by the hybrid moment and finite element method," *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. 38, pp. 1053-1058, August 1990.
- [5] J.-M. Jin, J. L. Volakis, and J. D. Collins, "A finite-element-boundary-integral method for scattering and radiation by two- and three-dimensional structures," *IEEE Antennas and Propagation Magazine*, vol. 33, pp. 22-32, March 1991.
- [6] X.-Q. Sheng, J.-M. Jin, J. Song, C.-C. Lu, and W. C. Chew, "On the formulation of hybrid finite-element and boundary-integral methods for 3-D scattering," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 46, pp. 303-311, March 1998.
- [7] D. J. Hoppe, L. W. Epp, and J.-F. Lee, "A hybrid symmetric FEM/MOM formulation applied to scattering by inhomogeneous bodies of revolution," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 42, pp. 798-805, June 1994.
- [8] M. N. Vouvakis, S.-C. Lee, K. Zhao, and J.-F. Lee, "A symmetric FEM-IE formulation with a single-level IE-QR algorithm for solving electromagnetic radiation and scattering problems," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 52, pp. 3060-3070, November 2004.
- [9] M. M. Ilić and B. M. Notaroš, "Trilinear hexahedral finite elements with higher order polynomial field expansions for hybrid SIE/FE large-domain electromagnetic modeling," *IEEE Antennas & Propagation International Symposium and USNC/URSI Meeting*, Boston, USA, 2001, pp. III. 192-195.
- [10] Kolundžija, B. M. and Popović, B. D.: "Entire-domain Galerkin method for analysis of metallic antennas and scatterers", *Proc. IEE H*, vol. 140, no. 1, pp. 1-10, Feb. 1993.
- [11] B. M. Kolundžija, J. S. Ognjanović, T. K. Sarkar, D. S. Šumić, M. M. Paramentić, B. B. Janić, D. I. Olčan, D. V. Tošić, M. S. Tasić, *WIPL-D Microwave: Circuit and 3D EM Simulation of RF & Microwave Applications*, WIPL-D & Artech House, 2005.
- [12] A. Ž. Ilić, S. V. Savić, M. M. Ilić, and B. M. Notaroš, "Analysis of electromagnetic scatterers using hybrid higher order FEM-MoM technique," *Proceedings of 16th Telecommunications forum TELFOR 2008*, November 25-27, 2008, Belgrade, Serbia, pp.480-483.

ABSTRACT

New algorithm for spatial segmentation using hexahedral finite elements, combined with the algorithm for spatial segmentation using quadrilateral elements, is presented. Problems with combining the algorithms for segmentation by hexahedral and quadrilateral elements in the hybrid FEM-MoM technique are pointed out. An example of analysis of a scatterer at resonant frequency is given.

Efficient Modeling of Complex Electromagnetic Structures Based on a Novel Algorithm for Spatial Segmentation Using Hexahedral Finite Elements

Slobodan V. Savić, Milan M. Ilić, Branko M. Kolundžija, and Branislav M. Notaroš