Poređenje testova hipoteza u procesu praćenja radarskih ciljeva

Veselin D. Popović, Vlada S. Sokolović

Sadržaj — U ovom radu je izvršena komparativna analiza testova hipoteza u algoritmima za praćenje više ciljeva. Praćenje više ciljeva je funkcija radarskog sistema povezana sa postojanjem određenog sektora osmatranja koji se pretražuje radarskim snopom i periodičnu ekstrakciju ugaonih koordinata (azimuta i elevacije), daljine i brzine ciljeva koji su otkriveni unutar datog sektora.

***Ključne reči* — Bajesov test, Neyman Pearson, SPRT.**

I. UVOD

Prepoznavanje oblika generalno pokriva širok spektar problema, i teško je pronaći unifikovano gledište na rešavanje problema. Primenu je našlo u spektru inženjerskih problema, kakvi su razni čitači karaktera, analize talasnih oblika, modelovanje funkcija mozga u biologiji i psihologiji, te praćenje ciljeva u vazduhu i na zemlji, kako u civilnim tako i u vojnim primenama. Mnoge važne primene prepoznavanja oblika se mogu okarakterisati ili kao klasifikacija nekih signala ili kao klasifikacija geometrijskih oblika. Osnovni cilj prepoznavanja oblika jeste da se donese odluka kojoj kategoriji posmatrani uzorak pripada. Na osnovu opservacija ili merenja formira se vektor merenja. Ovaj vektor služi kao ulaz u pravilo odlučivanja kroz koje se ovaj vektor pridružuje nekoj od analiziranih klasa. Pretpostavimo da je merni vektor slučajni vektor čija uslovna funkcija gustine verovatnoće zavisi od klase. Ukoliko su ove uslovne funkcije gustina verovatnoće poznate, tada se problem pretpoznavanja oblika svodi na problem statističkog testiranja hipoteza. Posmatrajmo za početak slučaj dveju klasa ω1 i ω2 čije su apriorne verovatnoće pojavljivanja poznate kao i odgovarajuće aposteriorne funkcije gustine verovatnoće mernih vektora. U radu su sagledani statistički koncepti sa strane prepoznavanja oblika u procesu praćenja.

Veselin D. Popović, dipl.inž., Autor, 126.cVOJIN, Vojska Srbije, Raška 2, Beograd, Srbija (e-mail: vpop80@gmail.com).
mr Vlada Sokolović, dipl.inž., Autor, Vojna akademija u Beogradu, Srbija; (e-mail: sokosv@yahoo.com).

II. TESTOVI HIPOTEZA

A. Bajesovo pravilo odlučivanja minimalne greške i Bajesovo pravilo odlučivanja minimalne cene

Bajesovo pravilo odlučivanja minimalne greške je relativno jednostavna sekvencijalna tehnika za potvrdu traga. Ova tehnika proističe od metoda koji koristi verovatnoće i update ostatka informacija, koje su lako uključene. Isti metod se koristi i za brisanje traga. Neka je X merni vektor i neka je naš trenutni zadatak da odredimo kojoj od dveju analiziranih klasa ovaj vektor pripada. Jednostavno pravilo odlučivanja može se bazirati na osnovu verovatnoća $q_1(X)=\Pr(\omega_1/X)$ i $q_2(X)=\Pr(\omega_2/X)$ na sledeći način[1]:

$$\begin{aligned} q_1(X) > q_2(X) &\Rightarrow X \in \omega_1 \\ q_1(X) < q_2(X) &\Rightarrow X \in \omega_2 \end{aligned} \tag{1}$$

Aposteriorne verovatnoće $q_i(X)$ se mogu sračunati na osnovu apriornih verovatnoća pojava klasa P_i i aposteriornih funkcija gustina verovatnoća mernih vektora $f_i(X)=f_X(X/\omega_1)$, koristeći Bajesovu teoremu:

$$q_1(X)=\frac{f_i(X)P_i}{f(X)}=\frac{f_i(X)P_i}{f_1(X)P_1+f_2(X)P_2} \tag{2}$$

Kako je miksovana (apriorna) funkcija gustine verovatnoće pozitivna i zajednička za obe aposteriorne verovatnoće, pravilo odlučivanja se može napisati u sledećoj formi:

$$\begin{aligned} l(X)=\frac{f_1(X)}{f_2(X)} > \frac{P_2}{P_1} &\Rightarrow X \in \omega_1 \\ l(X)=\frac{f_1(X)}{f_2(X)} < \frac{P_2}{P_1} &\Rightarrow X \in \omega_2 \end{aligned} \tag{3}$$

Izraz *l(X)* se naziva količnik verodostojnosti (engl.“ likelihood ratio“) i to je vrlo važna veličina u prepoznavanju oblika. Količnik P_2/P_1 naziva se vrednošću praga (engl. „threshold value“) količnika verodostojnosti u odlučivanju [1].

Ukupna greška koja se naziva Bajesovom greškom, označimo je sa ε, računa se na sledeći način:

$$\varepsilon = P_1\varepsilon_1 + P_2\varepsilon_2 \tag{4}$$

Vrlo često u praksi, minimizacija verovatnoće greške nije najbolji kriterijum za projektovanje pravila odlučivanja. Naime, često se dešava da greška kada se merni vektor iz prve klase pridruži drugoj nema istu težinu kao kada se merni vektor iz druge klase pridruži prvoj. Dobar primer za ilustraciju ovakve situacije jeste prepoznavanje ciljeva od interesa kod radara tokom praćenja vazdušne situacije . Zbog toga se uvode cene za svaku od mogućih odluka, na sledeći način:

$$C_{ij} = \textbf{cena odluke } X \in \omega_i \textbf{ kada zapravo } X \in \omega_j \tag{5}$$

Problem minimizacije cene se svodi na problem određivanja optimalne oblasti. Neka je za neki merni vektor X podintegralna funkcija u poslednjoj relaciji negativna. Takav merni vektor treba pridružiti prvoj klasi jer se na taj način smanjuje ukupna cena. Shodno tome, dolazi se do zaključka da granicu odlučivanja treba da čini geometrijsko mesto slučajnih vektora za koje podintegralna funkcija ima vrednost nula.

Primećuje se da se ovakvo pravilo odlučivanja može smatrati Bajesovim pravilom odlučivanja minimalne greške samo sa promenjenim pragom odlučivanja. Minimalna cena postaje isto što i minimalna verovatnoća greške odlučivanja ukoliko se primene takozvane simetrične cene odlučivanja:

$$c_{21} - c_{11} = c_{12} - c_{22} \tag{6}$$

Različite cene odluka se primenjuju onda kada je pogrešna odluka za jednu klasu mnogo kritičnija od pogrešne odluke za drugu klasu, kakav je slučaj kod praćenja radarskih ciljeva.

B. Neyman-Pearson-ov test

Neyman-Pearson-ov test predstavlja treće moguće rešenje problema testiranja hipoteza. Podsetimo se da prilikom donošenja odluke kojoj od dve moguće klase posmatrani merni vektor pripada, postoje dva tipa greške. Ponovo označimo ovde dve greške kao ε_1 i ε_2. Neyman-Pearson-ov test za svoj cilj postavlja minimizaciju jedne od njih recimo ε_1 dok drugu ε_2 čuva konstantnom, recimo $\varepsilon_0 = \varepsilon_2$. Dakle, kreće se od minimizacije kriterijuma:

$$r = \varepsilon_1 + \mu(\varepsilon_2 - \varepsilon_0) \tag{7}$$

gde je sa μ označen Lagranžeov multiplikator.

$$\begin{aligned} \frac{f_1(X)}{f_2(X)} > \mu \Rightarrow X \in \omega_1 \\ \frac{f_1(X)}{f_2(X)} < \mu \Rightarrow X \in \omega_2 \end{aligned} \tag{8}$$

Na osnovu poslednje relacije se opet može doneti zaključak da Neyman-Pearson-ov test nije ništa drugo do Bajesov test hipoteza sa promenjenim pragom odlučivanja. Drugim rečima, prethodna analiza pokazuje da se test količnika verodostojnosti može protumačiti i kao test koji minimizira jedan tip greške dok verovatnoću geške drugog tipa čuva konstantnom. Na osnovu testa sa odbircima iz dvaju klasa i promenom vrednosti greške, menja se i Lagranžeov multiplikator.

C. Wald-ov sekvencijalni test

Sekvencijalno testiranje hipoteza je matematički aparat koji se koristi za rešavanje radarske detekcije ciljeva [3]. Upotreba sumarne funkcije u formiranju traga podrazumeva sumu koja je u stvari trenutni logaritam odnosa verodostojnosti koji se koristi u oceni hipoteza H_0 i H_1.

H_1: opservacije sadržane u tragu su proizvedene od jednog cilja;

H_0: opservacije sadržane u tragu su proizvedene od neželjenih odjeka (klateri...).

Zato što je sumarna funkcija traga logaritam odnosa verodostojnosti, problem određivanja da li se trag potvrđuje (prihvata se H_0) ili se trag briše (prihvata se H_1) se svodi na primenu klasičnog sekvencijalnog testa odnosa verovatnoće (*Sequential Probability Ratio Test, SPRT*). Dakle, prag potvrde i brisanja traga i predikcija sistemskih performansi slede direktno iz SPRT teorije.

Verovatnoća hipoteze H_1 (stvaran trag), gledajući sekvencu od k skanova sa partikularnom sekvencom m detekcija, glasi:

$$P_{1k} = P_D^m (1 - P_D)^{k-m} \tag{9}$$

Slično ovome, funkcija verovatnoće za hipotezu H_0 (lažni alarm) glasi:

$$P_{0k} = P_F^m (1 - P_F)^{k-m} \tag{10}$$

gde su P_D i P_F verovatnoće detekcije stvarnog ili lažnog traga.

Međutim, u primeni sekvencijalnog testa se pojavljuju dva oprečna zahteva. Jedan od njih je da odluku treba doneti što pre, što podrazumeva mali broj mernih vektora, dok je drugi zahtev da klasifikacija mora biti sa što većom verovatnoćom tačna, što opet podrazumeva veliki broj mernih vektora. Ovaj se kompromis uspešno rešava kroz takozvani Wald-ov sekvencijalni test [1].

Greška sa kojom radi Wald-ov sekvencijalni test se kontroliše pomoću parametara **a** i **b**, i to na sledeći način: kada se apsolutne vrednosti ovih parametara povećavaju greška se smanjuje ali se povećava broj potrebnih mernih vektora i obrnuto.

Treba istaći sledeće osobine Wald-ovog sekvencijalnog testa:

1) Izrazi za vezu između verovatnoća prvog i drugog tipa sa parametrima **A** i **B** važi i ukoliko merenja $X_1,...X_m$ nisu nezavisna i jednako raspodeljena;

2) Wald-ov sekvencijalni test se završava sa verovatnoćom 1;

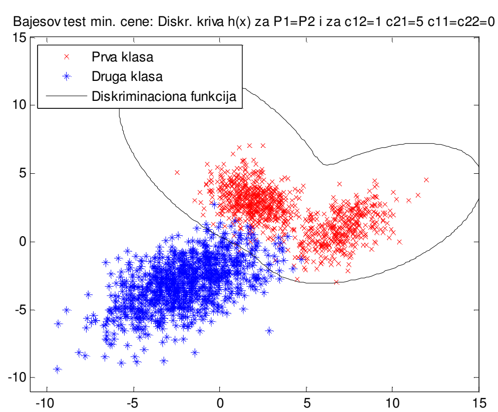
3) Wald-ov sekvencijalni test minimizira srednju vrednost potrebnog broja merenja za zadato ε_1 i ε_2.

III. REZULTATI SIMULACIJA

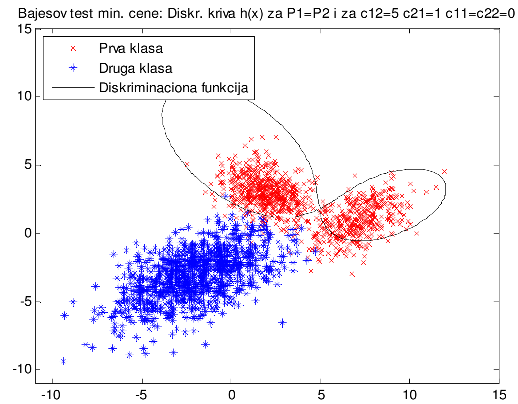
Testiranje pomoću Bajesovog pravila minimalne greške uspešno minimizuje verovatnoću greške. Međutim, vrlo često u praksi minimizacija verovatnoće greške nije najbolji kriterijum za projektovanje pravila odlučivanja. Posebno kada je praćenje radarskih ciljeva od interesa. Bajesovo pravilo odlučivanja minimizacijom verovatnoće greške tretira obe klase sa određenom, konstantnom verovatnoćom. To nije najbolje rešenje za slučaj praćenja radarskih ciljeva.

Bolje rešenje za praćenje radarskih ciljeva predstavlja kriterijum Bajesove minimalne cene. Pridruživanje mernog vektora iz jedne klase drugoj nema istu težinu kao kada se merni vektor iz druge klase pridruži prvoj. Nije ista cena ako lažni alarm proglasimo stvarnim ciljem ili ako stvarni cilj proglasimo klaterom. Zbog toga se uvode cene za svaku od mogućih odluka. Uvođenje problema minimizacije cene svodi se na problem određivanja optimalne oblasti u prostoru vektora merenja. No, prilikom projektovanja Bajesovog odlučivanja minimalne cene neophodno je prethodno poznavati apriorne verovatnoće klase P_i, i procedura će ostati optimalna samo pod uslovom da se ove verovatnoće ne menjaju. U praksi se, naprotiv, ove verovatnoće često menjaju. Na Sl.1 i Sl.2 se vidi promena u odluci usled promene vrednosti cene.

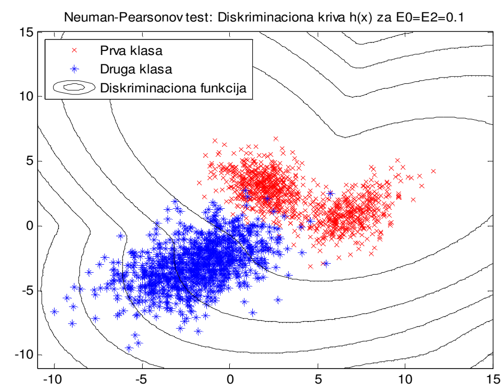
Problem testiranja hipoteza posmatra se iz još jedne perspektive. Naime, minimizacijom jedne od dva tipa greške na početku, Neyman-Pearsonov test (Sl. 3 i Sl. 4) za svoj rad prati drugu grešku i njenu verovatnoću održava konstantnom. Promenom minimalizovane greške lepo se vidi kako diskriminaciona funkcija "diše" između dve klase. Ovaj test se u radarskim sistemima primenjuje kod filtara za CFAR, filtri koji će praćenjem stanja u određenom broju susednih rezolucionih ćelija, vršiti potiskivanje klatera, i na taj način ostvariti visok nivo verovatnoće detekcije, a pri tom zadržati konstantan nivo lažnog alarma (CFAR-Constant False Alarm Ratio).



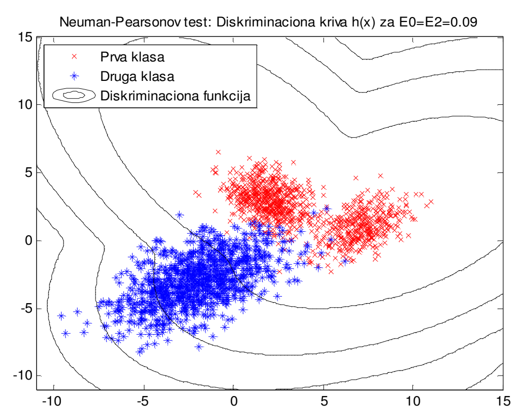
Sl. 1. Grafik Bajesovog testa min. cene za vrednost c_{12}=1, c_{21}=5, P_1=P_2.



Sl. 2. Grafik Bajesovog testa min. cene za vrednost c_{12}=5, c_{21}=1, P_1=P_2.



Sl. 3. Grafik na kom je prikazan NP test za vrednost ε_0=0.1, P_1=P_2.



Sl. 4. Grafik na kom je prikazan NP test za vrednost ε_0=0.09, P_1=P_2.

IV. ZAKLJUČAK

Praćenje ciljeva je osnovni zahtev sistema za navođenje, uključujući jedan ili više senzora i kompjuterske podsisteme. Sistem senzora, kao što je radar, imaju informacije o različitim merenjima, kao što su infracrvena merenja, sonarna merenja, merenja ciljeva od interesa, merenja uticaja šuma pozadine, klater, ili interna greška merenja nastala usled šuma toplote. Osnovni zadatak je da se senzorom prati polje od interesa, koje sadrži jedan ili više potencijalnih ciljeva, koje senzorom daje kao podatke skupa opservacija, ili tragova, nastalih od istih izvora.

Na osnovu svega došlo se do zaključka da se u gore navedenim testovima razmatraju slučajevi kada su sve neophodne informacije za neometano praćenje prisutne u trenutku odlučivanja. Međutim, u mnogim praktičnim problemima, kakav je i problem praćenja radarskih ciljeva opservacije su po prirodi sekvencijalne i sa vremenom pristiže sve više i više informacija. Kod sekvencijalnog testiranja se povećanjem broja mernih vektora, povećava i separabilnost između klasa. Normalno, prednost Waldovog testa je upravo što on uspešno kontroliše pomoću svojih parametara brzinu donošenja odluke i verovatnoću klasifikacije.

LITERATURA

[1] Đurović Ž., *Prepoznavanje oblika: Predavanje 2,3,* Lekcije, ETF, Beograd, 2005.

[2] Fukunaga K., *Introduction to Statistical Pattern Recognition,* Academic Press, San Diego, CA, 1990.

[3] Blackman S., *Multiple Target Tracking with Radar Application,* Artech House, Washington, 1986.

[4] Zrnić B., *Praćenje ciljeva: Nišanski radari,* Lekcije, VA, Beograd, 2002

[5] Blackman S., *Multiple hypothesis tracking for multiple target tracking,* IEEE A&E systems magazine, january 2004, volume 19, number 1

ABSTRACT

This paper provides a comparative analysis of the test hypothesis in multitarget tracking systems. Multitarget tracking is radar system function connected with existing definite surveillance sector which search with radar beam and periodic extraction of polar coordinates, range and speed of tracks detected in surveillance sector.

COMPARATION OF TEST HYPOTHESIS IN RADAR TRACKING SYSTEMS

Veselin D. Popović, Vlada S. Sokolović