

Konstrukcija i performanse adaptivnog uniformnog kvantizera za amplitudski diskretizovan ulazni signal Laplasove raspodele

Zoran Perić, Milan Savić, Milan Dinčić, Nebojša Marković

Sadržaj - U ovom radu razmatra se problem konstrukcije adaptivnog uniformnog kvantizera za amplitudski diskretizovane odmerke ulaznog signala sa Laplasovom raspodelom. Date su performanse fiksnog uniformnog kvantizera u širokom opsegu snaga kako za amplitudski kontinualne odmerke ulaznog signala (skraćeno ćemo ih zvati – kontinualni ulaz) tako i za amplitudski diskretizovane odmerke ulaznog signala (skraćeno – diskretni ulaz). Takođe je data konstrukcija i performanse adaptivnog uniformnog kvantizera za diskretni ulaz u širokom opsegu snage. Pokazano je da se karakteristike kvantizera za kontinualni i diskretni ulaz razlikuju, kao i način adaptacije. Optimalna vrednost za faktor relativnog opsega uniformnog kvantizera k_{opt} za kontinualni ulaz određuje se rešavanjem jednačine iterativnom metodom za referentnu snagu S_0^2 , a za diskretni ulaz određuje se numerički u zavisnosti od opsega ulazne snage.

Ključne reči – adaptacija unapred, amplitudski diskretizovan ulaz, Laplasova raspodela, uniformna kvantizacija

I. UVOD

Diskretizovani odmerci često se javljaju kod signala govora i slike, kada se prvo uradi gruba kvantizacija sa velikim brojem nivoa, a onda se vrši dalja kvantizacija tako diskretizovanih odmeraka u cilju kompresije. Primer diskretnog ulaznog signala Laplasove raspodele je razlika susednih piksela kod slike.

Najčešće korišćeni tip kvantizera je uniformni. Jednostavan je za konstrukciju i implementaciju i u mnogim slučajevima daje zadovoljavajuće rezultate. Projektovani kvantizer će dati optimalne rezultate samo kada stvarna statistika signala bude odgovarala pretpostavljenoj [1], [2]. Kako je snaga govora, audio i signala slike nestacionarna, u cilju postizanja što većeg kvaliteta signala na prijemu javlja se potreba za primenom adaptivnih kvantizera, koji bi se prilagođavali snazi ulaznog signala [1], [3], [4]. Postoje dva tipa adaptacije kvantizera: unapred (na osnovu odmeraka koji tek treba da se kvantuju i zahteva se prenos dodatne informacije) i unazad (na osnovu već kvantovanih odmeraka), [1], [2], [3], [5].

Zoran Perić, Elektronski fakultet u Nišu, Srbija (telefon: (+381)18/529225; email: zoranperic@elfak.ni.ac.rs)
 Milan Savić, Elektronski fakultet u Nišu, Srbija (telefon: (+381)18/529225; email: malimuzicar@gmail.com)
 Milan Dinčić, Elektronski fakultet u Nišu, Srbija (telefon: (+381)18/529225; email: mdincha@hotmail.com)
 Nebojša Marković, Telekom Srbija, Srbija (email: nebojsamarkovic@nadanu.com)

U ovom radu je razmatran problem konstrukcije adaptivnog uniformnog kvantizera za diskretni ulazni signal Laplasove raspodele [1]. Prvo razmatramo fiksni uniformni kvantizer u širokom opsegu snaga za kontinualni i diskretni ulazni signal. Odnos signal-šum kvantizacije ($SQNR$) u širokom opsegu snaga ulaznog signala fiksnog kvantizera značajno se razlikuje za diskretni u odnosu na kontinualni ulaz. Ovo je bio motiv za analizu i konstrukciju adaptivnog uniformnog kvantizera za diskretni ulaz. U drugom delu rada dali smo uslove pod kojima možemo vršiti adaptaciju na snagu ulaznog signala kao i metod za konstrukciju adaptivnog kvantizera. Takođe smo analizirali određivanje adaptivne maksimalne amplitude u zavisnosti od varijanse i vrste ulaznog signala. Pokazali smo da za diskretni ulaz prosečan $SQNR$ je veći za 1dB ako se k_{opt} nađe numerički, u zavisnosti od N i širine dinamičkog opsega snage ulaznog signala, nego ako se koristi k_{opt} za kontinualni ulaz, koje je izračunato za referentnu snagu.

II. PERFORMANSE FIKSNOG UNIFORMNOG KVANTIZERA ZA KONTINUALNI I DISKRETIZOVAN ULAZNI SIGNAL

A. Kontinualni ulaz

Neka je N -to stepeni skalarni kvantizer Q okarakterisan u funkciji skupa od N realnih kvantizacionih vrednosti $\{y_1, y_2, \dots, y_N\}$ i pragova odlučivanja $\{x_0, x_1, \dots, x_N\}$. Kvantizaciono pravilo je $Q(x)=y_i$ ako je $x_{i-1} < x \leq x_i$ za $i=1, 2, \dots, N$, gde su pragovi odluke $-\infty = x_0 < x_1 < \dots < x_N = \infty$. Drugim rečima, kvantovani signal uzima vrednost y_i kada originalni signal pripada čeliji $S_i = (x_{i-1}, x_i]$ za $i=1, 2, \dots, N$.

Greška koja nastaje diskretizacijom kontinualnog amplitudskog opsega na N amplitudskih nivoa izražava se distorzijom koja je jednaka zbiru granularne distorzije D_g i distorzije prekoračenja D_p :

$$D = D_g + D_p \quad (1)$$

koje su definisane na sledeći način:

$$D_g = \sum_{i=2}^{N-1} \int_{x_{i-1}}^{x_i} (x - y_i)^2 p(x) dx \quad (2)$$

$$D_p = 2 \int_{x_{N-1}}^{\infty} (x - y_N)^2 p(x) dx \quad (3)$$

Za veliko N izraz (2) se aproksimira sa:

$$D_g = \frac{\Delta^2}{12} \int_{-x_{\max}}^{x_{\max}} p(x) dx \quad (4)$$

U izrazu (4) x_{\max} predstavlja amplitudu maksimalnog opterećenja uniformnog kvantizera dok $p(x)$ označava funkciju gustine verovatnoće trenutnih vrednosti signala na ulazu uniformnog kvantizera. U našem slučaju se na ulaz dovodi signal čija se statistika može predstaviti Laplasovom raspodelom sa funkcijom gustine verovatnoće datom:

$$p(x) = \frac{1}{\sqrt{2s}} e^{-\frac{\sqrt{2}|x|}{s}} \quad (5)$$

tako da se izrazi za distorziju sada mogu dati u sledećem obliku:

$$D_g = \frac{k^2 t^2 s^2}{3N^2} (1 - \exp(-\sqrt{2}kt)) \quad (6)$$

$$D_p = \exp(-\sqrt{2}kt) s^2 \left(1 + \sqrt{2} \frac{kt}{N} + \left(\frac{kt}{N} \right)^2 \right) \quad (7)$$

pri čemu je $t = \frac{S_0}{s}$ a $k = x_{\max} / \sigma_0$ predstavlja faktor

relativnog opsega uniformnog kvantizera projektovanog za slučaj kada je snaga ulaznog signala jednaka referentnoj snazi σ_0^2 . Diferenciranjem ukupne distorzije po faktoru k :

$$\frac{\partial D(t=1)}{\partial k} = 0 \quad (8)$$

dobija se jednačina koja se rešava iterativnim metodom

$$\exp(\sqrt{2}k_{opt}) = (3N - 2) + \sqrt{2}k_{opt} + \frac{3N(N-1)}{\sqrt{2}k_{opt}} \quad (9)$$

koja za zadatu vrednost broja nivoa kvantovanja daje optimalnu vrednost faktora k_{opt} . Na osnovu k_{opt} određuje se maksimalna amplituda x_{\max}^{opt} a time i minimalna vrednost distorzije. U tabeli 1 su date vrednosti parametra k_{opt} za neke vrednosti broja reprezentacionih nivoa N .

N	16	32	64	128	256	512
k_{opt}	3.71	4.49	5.3	6.15	7.02	7.91

Tabela 1. Vrednosti parametra k_{opt} za određene vrednosti broja reprezentacionih nivoa N

Performanse kvantizera su obično definisane odnosom signal-šum kvantizacije $SQNR$:

$$SQNR[dB] = 10 \log_{10}(\sigma^2 / D) \quad (10)$$

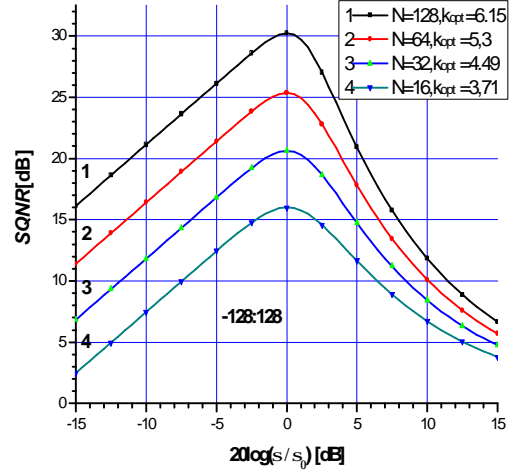
pri čemu je σ^2 varijansa ulaznog signala, a D je ukupna distorzija.

Na sl.1 su date performanse uniformnog kvantizera za kontinualni ulaz.

B. Diskretni ulaz

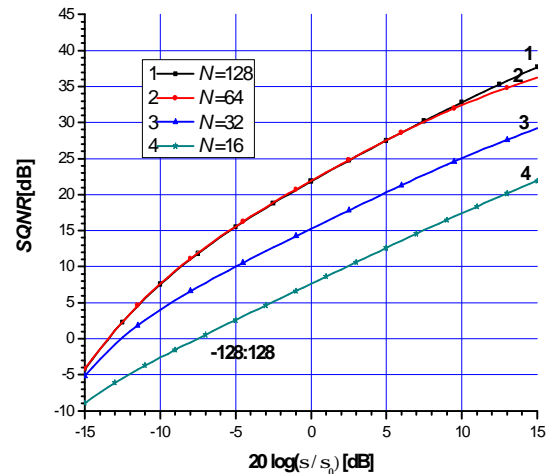
U ovom odeljku analiziraćemo performanse uniformnog kvantizera Q sa N nivoa, na čijem ulazu se dovode diskretizovani odmerci ulaznog signala, koji su dobijeni

tako što se amplitudski kontinualni odmerci ulaznog signala prethodno propuste kroz uniformni kvantizer Q_0 sa N_0 nivoa.



Sl.1. $SQNR$ fiksnog uniformnog kvantizera za kontinualni ulaz za različit broj reprezentacionih nivoa

Kvantizeri Q i Q_0 imaju istu maksimalnu amplitudu opterećenja x_{\max} pa je korak kvantizera Q_0 jednak $\Delta = 2x_{\max} / N_0$. Izlazni nivoi kvantizera Q_0 predstavljaju ulazne nivoe za kvantizer Q i označeni su sa $X = \{x_1, x_2, \dots, x_{N_0}\}$. Njihove verovatnoće su $P(x_i) = p(x_i)\Delta = (1/\sqrt{2}\sigma)\exp(-\sqrt{2}x_i/\sigma)\Delta$ za $i = 2, \dots, N_0 - 1$ i $P(x_1) = P(x_{N_0}) = \int_{x_{\max}}^{\infty} p(x)dx = 0.5\exp(-\sqrt{2}x_{\max}/\sigma)$. Izlazni nivoi kvantizera Q označeni su sa $y_j, j = 1, \dots, N$. Važi da je $N_0 = N \cdot L$. To znači da se u svaki izlazni nivo y_j kvantizera Q preslikava L ulaznih diskretizovanih nivoa $X_j = \{x_{j1}, x_{j2}, \dots, x_{jL}\} \in X$.

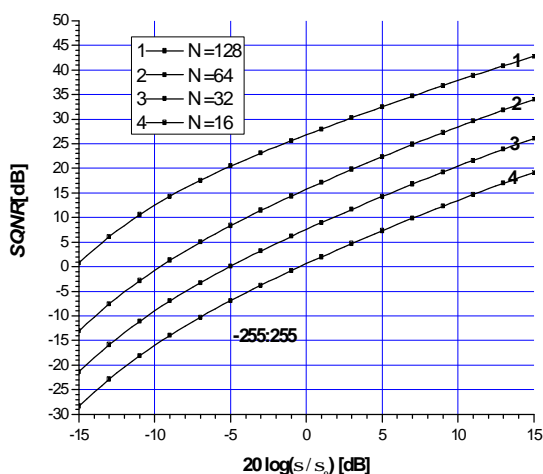


Sl. 2. $SQNR$ fiksnog uniformnog kvantizera za diskretni ulaz sa $N_0 = 256$ nivoa za različit broj reprezentacionih nivoa

Kako su diskretizovani odmerci amplitudski ograničeni, kvantizer Q će imati samo granularnu distorziju, i ona je data sa:

$$D = \sum_{j=1}^N \sum_{k=1}^L (x_{jk} - y_j)^2 P(x_{jk}) \quad (11)$$

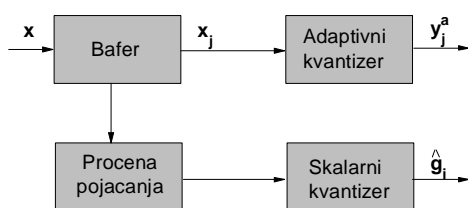
Na sl. 2 i 3 su date performanse ($SQNR$) uniformnog kvantizera za ograničeni diskretni ulaz. Sa sl. 1, 2 i 3 vidimo da se zavisnost $SQNR$ -a od snage ulaznog signala za diskretan i za kontinualan ulaz razlikuju. Ova činjenica nam je bila dodatni motiv za analizu i konstrukciju adaptivnog uniformnog kvantizera za diskretni ulaz.



Sl. 3. $SQNR$ fiksnog uniformnog kvantizera za diskretni ulaz sa $N_0 = 512$ nivoa za različit broj reprezentacionih nivoa N

III. PERFORMANSE ADAPTIVNOG UNIFORMNOG KVANTIZERA ZA DISKRETIZOVAN ULAZNI SIGNAL

Na sl. 4 je data šema kvantizera sa adaptacijom unapred koji je dobijen množenjem odgovarajućeg fiksnog kvantizera sa kvantovanim procenjenim pojačanjem [4], [5], [6].



Sl. 4. Šema kvantizera sa adaptacijom unapred

Reprezentacioni nivoi adaptivnog kvantizera su:

$$y_j^a = g_j \hat{g}_j y_j^{fix}$$

Kod amplitudsko ograničenih ulaza ima smisla vršiti adaptaciju onda kada amplituda maksimalnog opterećenja zadovoljava uslov

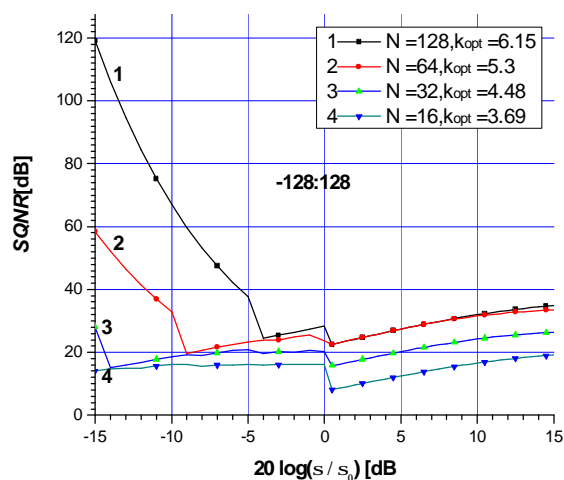
$$k\sigma \leq x_{max}^f$$

pri čemu parametar k zavisi od broja reprezentacionih nivoa. Pri čemu je maksimalna adaptivna amplituda data sa:

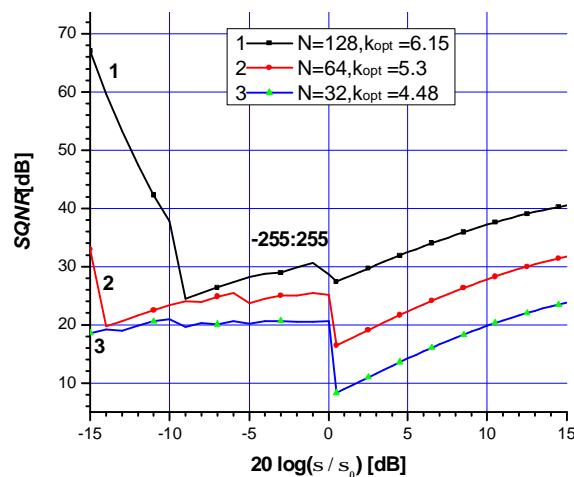
$$x_{max}^a = k \hat{g}_j$$

pri čemu je \hat{g}_j reprezent varijanse, tj. ako je varijansa u intervalu $\sigma \in (\sigma_j, \sigma_{j+1}]$ onda je njen reprezent $\hat{\sigma}_j$

($\hat{g}_j = \hat{\sigma}_j / \sigma_0$). Za $k \hat{\sigma}_j > x_{max}^f$ nema smisla vršiti adaptaciju jer je maksimalno opterećenje kvantizera veće od maksimalne vrednosti koja se može javiti na ulazu. U ovom slučaju važi da je $x_{max}^a = x_{max}^f$. Odgovarajuće karakteristike su prikazane na slikama 5 i 6.



Sl. 5. Performanse adaptivnog uniformnog kvantizera za diskretni ulaz sa $N_0 = 256$ nivoa za različit broj reprezentacionih nivoa



Sl. 6. Performanse adaptivnog uniformnog kvantizera za diskretni ulaz sa $N_0 = 512$ nivoa za različit broj reprezentacionih nivoa

Sa sl. 5 i 6 možemo videti da u oblasti malih vrednosti varijanse dolazi do skoka vrednosti SQNR-a jer dolazi do poklapanja između reprezentacionih nivoa na izlazu sa vrednostima na ulazu (zbog diskretnosti ulaza).

k_{opt} za diskretni ulaz razlikuje se od k_{opt} za kontinualni ulaz i biće određeno eksperimentalno na osnovu toga da srednja vrednost SQNR-a ($SQNR_{av}$) bude maksimalna.

Prosečni SQNR ($SQNR_{av}$) veći je za onu vrednost parametra k_{opt} koja je određena za diskretni ulaz. Sa δ ćemo označiti dobitak u prosečnom SQNR-u ($SQNR_{av}$) u odnosu na konstrukciju kvantizera za kontinualni ulazni signal.

$$\delta = SQNR_{av}(k_{opt}^d) - SQNR_{av}(k_{opt}^k)$$

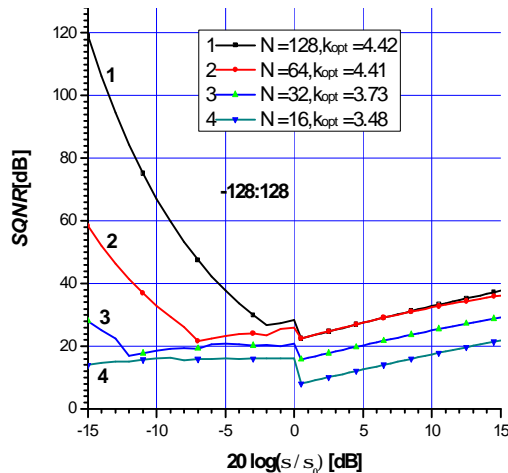
N	k_{opt}^d	δ
128	4.42	1.18236
64	4.41	1.101885
32	3.73	1.01615475
16	3.48	0.006906

Tabela 2. k_{opt}^d i δ za različite vrednosti N za $N_0 = 256$

U tabeli 2 je data vrednost parametra k_{opt} za diskretni ulaz sa $N_0 = 256$ nivoa kao i vrednost razlike δ .

Na sl.7 su date performanse adaptivnog kvantizera za optimalnu vrednost parametra k_{opt} koja je određena za diskretni ulaz.

Sa sl. 5, 6 i 7 možemo zaključiti da postoji varijacija SQNR-a u zavisnosti od ulazne snage, zatim da adaptaciju možemo uraditi samo za $k\sigma < x_{max}$. Primenom adaptivnog kvantizera možemo popraviti SQNR za snage ulaznog signala koje su manje od snage (σ_0^2) projektovanog kvantizera za kontinualni ulazni signal.



Sl.7 Performanse adaptivnog uniformnog kvantizera za diskretni ulaz sa $N_0 = 256$ nivoa za različit broj reprezentacionih nivoa, za numerički određeno k_{opt}

Konstrukcija adaptivnog uniformnog kvantizera se razlikuje za kontinualni i diskretni ulaz, jer za diskretni ulaz adaptacija će dati bolje performanse samo kada je ispunjen uslov naveden u ovom radu, dok za kontinualni ulaz adaptacija uvek daje bolje performanse. Razlikuju se i vrednosti za k_{opt}^d . Za diskretni ulaz k_{opt}^d određujemo eksperimentalno u zavisnosti od N i širine dinamičkog opsega snage ulaznog signala. SQNR kod adaptivnog uniformnog kvantizera više varira kod diskretnog ulaza. Što je veći odnos N_0/N varijacija SQNR-a je manja. Za $N_0/N=16$ imamo zanemarljivu varijaciju. Projektovanje kvantizera izloženo u radu je značajno kada se zahteva visok kvalitet kompresije slike ($N_0/N < 16$). Takođe predložena analiza i projektovanje kvantizera može se koristiti za konstrukciju embedded kvantizera. Adaptacija neznatno povećava hardverske zahteve, ali to danas nije veliki problem, s obzirom na stalni trend povećanja brzine i smanjivanja dimenzija i cene hardverskih komponenti. Model izložen u ovom radu predstavlja osnovu za dalja istraživanja u oblasti kompresije slike.

LITERATURA

[1] N. S. Jayant, P. Noll, *Digital Coding Of Waveforms, Principles and Applications to Speech and Video*, Prentice Hall Secondary Education Division, New Jersey, 1984, Chapters 4-5, pp. 115-251.
 [2] G. Lukatela, D. Drajić, G. Petrović, "Digitalne telekomunikacije", Građevinska knjiga, Beograd 1981.
 [3] W. C. Chu, *Speech coding algorithms, Foundation and Evolution of Standardized Coders*, John Wiley & Sons, New Jersey, 2003, Chapters 5-6, pp. 143-183.
 [4] A. Gersho, R. M. Gray, *Vector Quantization and Signal Compression*, Kluwer Academic Publishers,
 [5] J. Nikolić, Z. Perić, Lloyd-Max's algorithm implementation in speech coding based on forward adaptive technique, *Informatika* Vol. 19, No.2, 2008, 255-270
 [6] Z.Perić, J. Nikolić, A. Jovanović, Primena adaptacije unazad pri kvantovanju govornog signala, DOGS, 2008

Abstract- In this paper, problem of construction of adaptive uniform quantizer for discrete amplitude samples of input signal with Laplacean distribution is discussed. Performanse of fixed uniform quantizer in wide range of power for both continual amplitude sampling of input signal (continual input) and for discrete amplitude samples of input signal (discrete input) are given. Moreover, the construction and the performances of the adaptive uniform quantizer for the discrete input in wide range are presented. It is shown that, characteristics of quantizer for discrete input are diferent from the characteristics of quantizer for continual input, and that adaptation techniques are different. Optimal value of the relative range factor for the uniform quantizer k_{opt} for countinual input is determined with equation which is solved by numerical methods. For discrete input, k_{opt} is obtained by numerical approach, considering input power range.

Keywords –forward adaptation , discrete amplitude source, Laplacean distribution, uniform quantization

CONSTRUCTION AND PERFORMANCES OF ADAPTIVE UNIFORM QUANTIZER FOR DISCRETE AMPLITUDE OF LAPLACEAN SOURCE

Zoran Peric, Milan Savic, Milan Dincic, Nebojsa Markovic