

Diverziti doprinos u višestrukim kanalima sa združenim gama-gama fedingom

Zoran J. Popović, Časlav M. Stefanović, Dragana S. Krstić,

i Mihajlo Č. Stefanović, *Member, IEEE*

Sadržaj — Analiziran je sistem sa mikro- i makro-diverziti tehnikom prijema u prisustvu Nakagamijevog fedinga i efekta senke sa gama raspodelom. Mikro-diverziti je realizovan sa više MRC (Maximal-Ratio Combiner) kombinera. Makrodiverziti je zasnovan na SC (Selection Combining) tehnici prijema. Izvedene su funkcije gustine verovatnoće za više kanalni sistem, njeni kanonični oblici reda beskonačnih suma i izvedeni momenti, pomoću kojih je izvršena diskusija. Performanse sistema su diskutovane prema izračunatim izrazima i prezentovanim graficima za: verovatnoću otkaza, prosečnu simbolesku verovatnoću greške za BPSK i DBPSK modulacioni scenario .

Ključne reči — Gamma Distribution, Macro-Diversity, Nakagami, shadowed fading channels.

I. UVOD

RADIO signali se prenose kroz prostor u skladu sa mehanizmima refleksije, difrakcije i rasejavanja, koji dovode do uglavnom međusobno nezavisnih pojava: opadanja snage signala duž putanje prostiranja, sporog fedinga (efekta senke) i brzog fedinga, koji potiče od prostiranja signala po više putanja. Prostiranje signala po više putanja može biti kako korisna, tako i štetna, a sasvim slučajna kombinacija komponenti signala koje potiču od kašnjenja, refleksije, rasejanja i difrakcije. Efekat senke se ogleda u sporim varijacijama prosečne snage signala koje značajno utiču na kvalitet veze. U mnogim slučajevima na slabljenje signala koji se prostire po više putanja je zbog efekta senke. Tako brzi i spori feding istovremeno utiču na osobine sistema u telekomunikacijama [1]–[2].

Za opisivanje kratkotrajnog fedinga se uglavnom koriste Rejljeva, Rajsova, Nakagami ili Vejbulova distribucija, dok je za opisivanje zakonitosti sporog-fedinga korišćena log-normalna distribucija. Takođe je poznato i nekoliko mešovitih modela, kao što su: Rejlji-

lognormalni, Rajs-lognormalni ili Nakagami-lognormalni [3]–[6].

Združeni analitički model [7], [8] je predložen da opiše prostiranje radio signala na koje istovremeno utiču i kratkotrajni feding i spori-feding. Naravno, delujući simultano oni će negativno uticati na performanse sistema, a raznim diverziti tehnikama možemo umanjiti njihovo štetno dejstvo.

U ovom radu je predložen jedan od mogućih modela kombinovanja mikro i makro diverziti tehnika koji poboljšava osobine sistema, ali i pojednostavljuje njihovu analizu.

II. MODEL DIVERZITI SISTEMA

Mikro-diverziti je realizovan korišćenjem MRC tehnike prenosa signala, dok je makro-diverziti realizovan SC kombinerom u prisustvu efekta senke. Preciznije, prijem signala u baznoj stanici se vrši MRC tehnikom, a potom se vrši selekcija bazne stanice sa najkvalitetnijim signalom SC tehnikom. Pretpostavljen je scenario sa Nakagami fedingom u prisustvu efekta senke sa multivarijantnom eksponencijalno korelisanom gama distribucijom. SC ima grana koliko ima kanala, odnosno MRC-ova.

Prijem na ulazu je realizovan preko MRC-ova sa N ulaza, identičnih i nekoreliranih. Ukupna snaga na ulazu je suma kvadratnih Nakagami slučajnih promenljivih, koja prati Erlang-ovu distribuciju [9]. Funkcija gustine verovatnoće je

$$f(w) = \left(\frac{m}{\Omega}\right)^{Nm} \frac{w^{Nm}}{\Gamma(Nm)} \exp\left(-m\frac{w}{\Omega}\right), w \geq 0, \frac{1}{2} \leq m < 1 \quad (1)$$

gde Nakagami parametar m potiče od kratkotrajnog fedinga. Efekat senke je zastupljen kroz parametar Ω koji će biti slučajna promenljiva Gama raspodele. Očekivana vrednost na izlazu iz MRC je $E[W]=N\Omega$. Uslovnu funkciju gustine verovatnoće za slučaj kada imamo efekat senke dobijamo iz (1) zamenom promenljivih

$$f(w|P_i) = \frac{1}{\Gamma(M)} \left(\frac{M}{P_i}\right)^M w^{M-1} \exp\left(-M\frac{w}{P_i}\right), P_i = N\Omega \quad (2)$$

Sada je srednja vrednost na izlazu $P_{sr} = \Omega$ i $M=Nm$ je gama-parametar koji je mera brzog fedinga na ulazu.

Pretpostavimo da su sve snage P_i sa gama raspodelom i identičnih parametara c i w_0 koji opisuju sistem. Tako

Z. J. Popović, Tehnički fakultet u Čačku, Svetog Save 65, 32000 Čačak, Srbija (telefon: 381-65-3301550; e-mail: pop@tfc.kg.ac.rs).

Č. M. Stefanović, Elektronski fakultet u Nišu, Aleksandra Medvedeva 14, 18000 Niš, Srbija; (e-mail: caslav.stefanovic@gmail.com).

H. Z. Stefanović, Visoka škola strukovnih studija u Beogradu, 11000 Beograd, Srbija; (e-mail: hanap@eunet.rs).

D. S. Krstić, Elektronski fakultet u Nišu, Aleksandra Medvedeva 14, 18000 Niš, Srbija; (e-mail: dragana.krstic@elfak.ni.ac.rs).

M. Č. Stefanović, Elektronski fakultet u Nišu, Aleksandra Medvedeva 14, 18000 Niš, Srbija; (e-mail: misa@elfak.ni.ac.rs).

zdrženu funkciju gustine verovatnoće možemo predstaviti [10]-[11] kao

$$f_{P_1, \dots, P_n}(p_1, \dots, p_n) = \frac{\rho^{\frac{n-1}{2}(c-1)} w_0^{-c-(n-1)} p_1^{\frac{c-1}{2}} p_n^{\frac{c-1}{2}}}{\Gamma(c)(1-\rho)^{n-1}} \times \quad (3)$$

$$\times e^{-\frac{p_1+p_n}{w_0(1-\rho)} - \frac{1+\rho}{w_0(1-\rho)} \sum_{i=2}^{n-1} p_i} \prod_{i=1}^{n-1} I_{c-1} \left(\frac{\sqrt{4\rho p_i p_{i+1}}}{w_0(1-\rho)} \right)$$

gde je ρ koeficijent korelacije, c je parametar efekta senke povezan sa log-normalnom raspodelom, w_0 je srednja snaga na izlazu MRC (bazne stanice) i $I_{c-1}(\bullet)$ je modifikovana Beselova funkcija prve vrste i reda $c-1$.

Korišćenjem poznatog razvoja modifikovane Beselove funkcije u red oblika beskonačne sume [12]

$$I_\nu(u) = \sum_{i=0}^{\infty} \frac{1}{i! \Gamma(i+\nu+1)} \left(\frac{u}{2}\right)^{2i+\nu} \quad (4)$$

i uvođenjem sledećih zamena

$$a = \frac{\rho^{\frac{n-1}{2}(c-1)} w_0^{-c-(n-1)}}{\Gamma(c)(1-\rho)^{n-1}}, \quad \beta_1 = \frac{\sqrt{\rho}}{w_0(1-\rho)} \quad (5)$$

$$\alpha_1 = \frac{1}{1-\rho} \frac{1}{w_0}, \quad \alpha_2 = \frac{1+\rho}{1-\rho} \frac{1}{w_0}$$

zdržena funkcija gustine verovatnoće postaje

$$f_{P_1, \dots, P_n}(p_1, \dots, p_n) = a \cdot \sum_{i_1, \dots, i_{n-1}=0}^{\infty} \prod_{k=1}^{n-1} \frac{\beta_1^{2i_k+c-1}}{i_k! \Gamma(i_k+c)} \cdot p_1^{i_1+c-1} e^{-\alpha_1 p_1} \cdot \quad (6)$$

$$\cdot \prod_{k=2}^{n-1} (p_k^{i_{k-1}+i_k+c-1} e^{-\alpha_2 p_k}) \cdot p_n^{i_{n-1}+c-1} e^{-\alpha_1 p_n}$$

III. ANALIZA VIŠEKANALNOG DIVERZITITIA

Kombiner vrši selekciju signala sa najvećim odnosom signal-šum i propušta ga na izlaz. U opštem slučaju pdf na izlazu će biti definisana sa

$$f_W(w) = \int_0^{\infty} \sum_{i=1}^n f_{W|P_i}(w|P_i) \prod_{k=1, k \neq i}^n F_k(P_k)$$

odnosno

$$f_W(w) = \sum_{i=1}^n \int_0^{\infty} dp_i \cdot f_{W|P_i}(w|P_i) \cdot \quad (7)$$

$$\cdot \int_0^{P_i} \dots \int_0^{P_i} \prod_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^n dp_k \cdot f_{P_1, \dots, P_n}(p_1, \dots, p_n)$$

Funkciju gustine verovatnoće izračunavamo iz (6) i (7). Ona se svodi na kanonični izraz u obliku beskonačnih suma koje u argumentu imaju oblik integrala koji se rašava kao integral dat ispod [12]

$$\int_0^{\infty} x^{\nu-1} \exp\left(-\frac{\beta}{x} - \gamma x\right) dx = 2 \left(\frac{\beta}{\gamma}\right)^{\nu/2} K_\nu(2\sqrt{\beta \cdot \gamma}) \quad (8)$$

gde je $K_\nu(\bullet)$ modifikovana Beselova funkcija treće vrste,

$$\beta = M \cdot w$$

$$\gamma = \left(2 \frac{1}{1-\rho} + (n-2) \frac{1+\rho}{1-\rho}\right) \frac{1}{w_0}, \quad n \geq 2$$

n broj kanala i ν je red Beselove funkcije.

A. Dvokanalni diverziti

Funkcija gustine verovatnoće je

$$f^{2c}(w) = \frac{\rho^{\frac{1}{2}(c-1)} (1-\rho)^c}{\Gamma(c)} \times \quad (9)$$

$$\times \sum_{i=0}^{\infty} \frac{\left(\frac{\sqrt{\rho}}{2}\right)^{2i+c-1}}{i! \Gamma(i+c)} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\left(\frac{1}{2}\right)^k \Gamma(i+c)}{\Gamma(i+c+k+1)} \cdot f_2^c(w)$$

Gde $f^c(w)$ opšti oblik Kompaundovane distribucije.

$$f_n^c(w) = \frac{2}{\Gamma(M)\Gamma(u)} \frac{1}{W_n} \left(\frac{w}{W_n}\right)^{\frac{u+M}{2}-1} K_{u-M} \left(2\sqrt{\frac{w}{W_n}}\right) \quad (10)$$

B. Trokanalni diverziti

Funkcija gustine verovatnoće trokanalnog diverzitetija, odnosno sistema sa tri bazne stanice je:

$$f^{3c}(w) = \frac{2\rho^{-(c-1)}}{(3+\rho)^2 \Gamma(c)} \left(\frac{1-\rho}{3+\rho}\right)^c \times$$

$$\times \sum_{i_1=0}^{\infty} \frac{\left(\frac{\sqrt{\rho}}{3+\rho}\right)^{2i_1+c-1}}{i_1! \Gamma(i_1+c)} \sum_{i_2=0}^{\infty} \frac{\left(\frac{\sqrt{\rho}}{3+\rho}\right)^{2i_2+c-1}}{i_2! \Gamma(i_2+c)} \times$$

$$\times \sum_{k_1=0}^{\infty} \frac{\left(\frac{1}{3+\rho}\right)^{k_1} \Gamma(i_2+c)}{\Gamma(i_2+c+k_1+1)} \sum_{k_2=0}^{\infty} \frac{\left(\frac{1+\rho}{3+\rho}\right)^{k_2} \Gamma(i_1+i_2+c)}{\Gamma(i_1+i_2+c+k_2+1)}$$

$$\times f_3^c(w) + \frac{\rho^{-(c-1)}}{(3+\rho)^2 \Gamma(c)} \left(\frac{1-\rho}{3+\rho}\right)^c \times$$

$$\times \sum_{i_1=0}^{\infty} \frac{\left(\frac{\sqrt{\rho}}{3+\rho}\right)^{2i_1+c-1}}{i_1! \Gamma(i_1+c)} \sum_{i_2=0}^{\infty} \frac{\left(\frac{\sqrt{\rho}}{3+\rho}\right)^{2i_2+c-1}}{i_2! \Gamma(i_2+c)} \times$$

$$\times \sum_{k_1=0}^{\infty} \frac{\left(\frac{1}{3+\rho}\right)^{k_1} \Gamma(i_2+c)}{\Gamma(i_2+c+k_1+1)} \sum_{k_2=0}^{\infty} \frac{\left(\frac{1}{3+\rho}\right)^{k_2} \Gamma(i_1+c)}{\Gamma(i_1+c+k_2+1)} \times \quad (11)$$

$$\times f_3^c(w)$$

U ovom radu dajemo izraze za dvokanalni i trokanalni diverziti.

IV. STATISTIČKI PARAMETRI

Iz jednačina (9) i (11) je očigledno da imaju kanoničan oblik, koji će nam znatno pomoći u analizi višekanalnih diverziteti sistema. Sumirajući deo je u obliku Kompaundovane distribucije koja je već opisana u literaturi [8]. Skalarni faktor Kompaundovane distribucije je

$$\frac{1}{W_n} = M \left(2 \frac{1}{1-\rho} + (n-2) \frac{1+\rho}{1-\rho}\right) \frac{1}{w_0}, \quad n \geq 2 \quad (12)$$

gde je n broj makrodiverziteti kanala. Pri normalizaciji se obično uzima da je $W_n=1$. Koeficijent korelacije je obično

mali, a pritom za vrednosti do 0.4 praktično ne utiče bitno na osobine sistema. Parametar w_0 predstavlja prosečnu snagu na baznoj stanici i obično ima sistemski određenu vrednost. Ovo nas navodi na zaključak da sa povećanjem broja kanala performanse sistema treba da budu bar iste i za manje vrednosti feding parametra M .

Momenti se izračunavaju po

$$\mu_i = \int_0^{\infty} w^i f_w(w) = W_n^i \frac{\Gamma(M+i)\Gamma(u+i)}{\Gamma(M)} \quad (13)$$

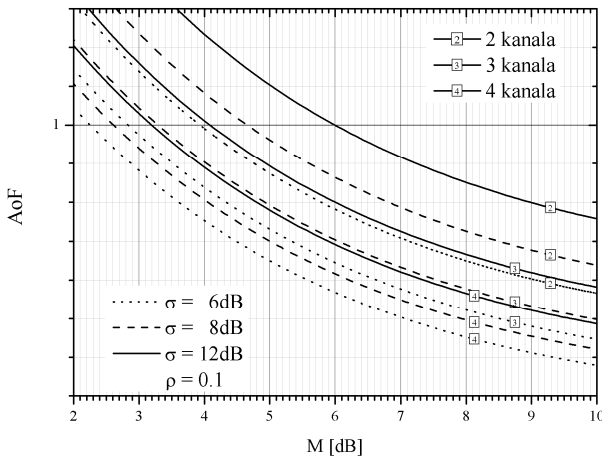
a potom izračunavamo količinu fedinga AoF (amount of fading) kao značajan statistički parametar sistema.

$$AoF = \frac{E[W^2]}{E[W]^2} - 1$$

U uprošćenju analizi, za jedan kanal, AoF je

$$AoF = \left(\frac{1}{M} + 1\right) \left(\frac{1}{c} + 1\right) - 1 = \frac{1}{c} + \frac{1}{c \cdot M} + \frac{1}{M} > 0$$

Ako $c \rightarrow \infty$ efekat senke iščezava, a ako $M \rightarrow \infty$ feding koji potiče od mikrodiverzitija nestaje, dok u slučaju da i parametar efekta senke c i parametar fedinga M teže beskonačnosti imamo idealan Gausov kanal $AoF=0$. Interesantne su vrednosti AoF između 0 i 1, kojima su opisani kanali u prisustvu efekta senke bez direktne linije vidljivosti LOS (Line-Of-Sight).



Sl. 1. AoF u funkciji od feding parametra M i parametra efekta senke u [dB].

Jedostavno nam se nameće zaključak da povećanjem feding parametra M , kao i broja kanala diverziti sistema AoF pre uzima vrednosti manje od 1. Feding parametar M , kao i parametar efekata senke, se u praksi mogu izmeriti. Neki od eksperimentalnih rezultata su prezentovani i mogu se naći u literaturi [13]-[15]. U skladu sa njegovom vrednošću možemo proceniti koliko nam je kanala potrebno, da bi smo postigli zadovoljavajuću prostornu pokrivenost i smanjili uticaj efekta senke na zadovoljavajuće vrednosti.

V. UTICAJ DIVERZITIJIA NA STATISTIKU GREŠKE

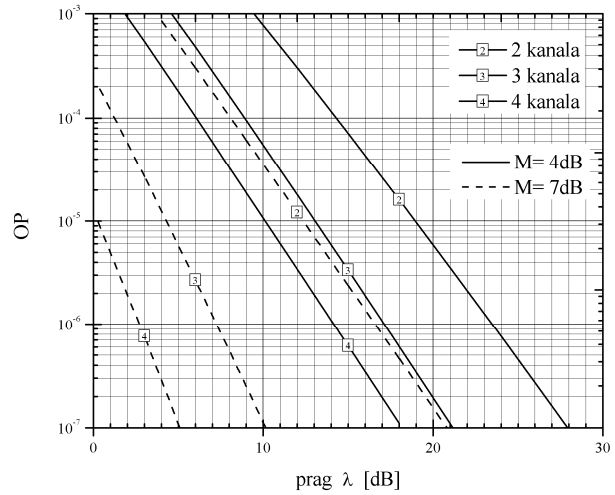
A. Verovatnoća otkaza

Jedan od veoma bitnih pokazatelja osobina sistema je

verovatnoća otkaza na izlazu – OP (Outage probability). Ona se izračunava za unapred određenu vrednost, prag otkaza, na sledeći način

$$P_{out} = F(w \leq \lambda) = \int_0^{\lambda} f_w(w) \quad (14)$$

S obzirom da imamo kanonični oblik funkcije gustine verovatnoće, a sumirajući deo u obliku Kompaundovane distribucije, izraz za verovatnoću otkaza (P_{out}) je već poznat [7]-[8].



Sl. 2. Normalizovana verovatnoća otkaza P_{out}

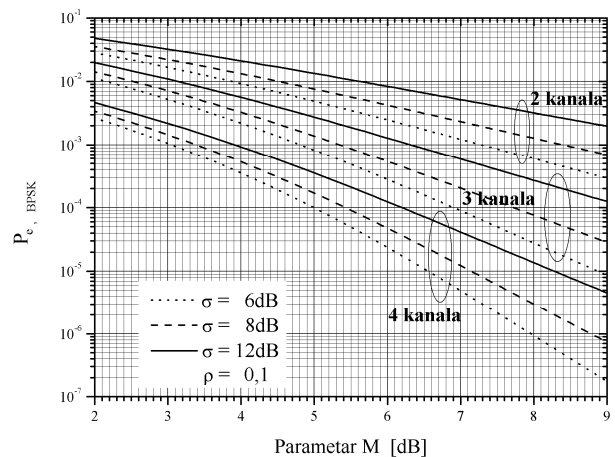
Sa prethodnog grafika vidimo doprinos višekanalnog diverzitija za dve vrednosti feding parametra pri prosečnoj vrednosti efekta senke od $\sigma=8$ dB.

B. Prosečna verovatnoća greške

Za izračunavanje prosečne verovatnoće simbolske greške ASEP (average symbol error probability) koristimo uslovnu funkciju verovatnoće greške i opšte poznat način izračunavanja.

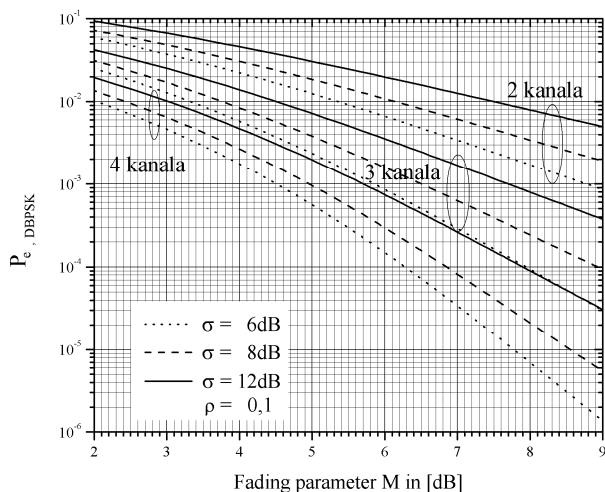
$$\bar{P}_{se} = \int_0^{\infty} P_{se}(w) \cdot f_w(w) \cdot dw \quad (15)$$

Za opšte poznate tipove modulacija su poznate i uslovne funkcije verovatnoće greške.



Sl. 3. Normalizovana ASEP za BPSK scenario

Za BPSK (binary phase-shift keying) to je $P_{se}(\gamma) = 0.5 \cdot \text{Erfc}(\gamma)$, gde je $\text{Erfc}(\bullet)$ komplementarna funkcija greške, dok za DBPSK (differential binary PSK) ima oblik $P_{se}(\gamma) = 0.5 \cdot \exp(-\gamma)$. Izračunavanjem integrala (15), za različite oblike uslovnih verovatnoća greške, dobijamo izraze za verovatnoću prosečne simbolske greške na osnovu kojih možemo napraviti analizu doprinosa višekanalnog diverzitija.



Sl. 4. Normalizovana ASEP za BDPSK scenario

VI. ZAKLJUČAK

Predloženi model vrši sažimanje više slučajnih promenljivih u jednu i dobijamo funkciju gustine verovatnoće čiju analizu vršimo. Pritom i nekoliko parametara koji su značajni za performanse sistema možemo normalizacijom relativizovati. Iako je sa grafika očigledno poboljšanje osobina sistema sa povećanjem broja kanala, ostaje da se analitičkim izrazima i aproksimacijama po parametrima dođe do izraza u zatvorenom obliku.

LITERATURA

- [1] G. L. Stüber, *Principles of Mobile Communications*, Boston, Kluwer Academic Publishers ; 2000.
- [2] M. K. Simon, M-S. Alouini, *Digital Communications over fading channels*, New York, Wiley, 2005.
- [3] M-S. Alouini, M.K. Simon, "Dual diversity over correlated log-normal fading channels", *IEEE Trans. Comm.* Vol. 50 pp. 1946–59, 2002.
- [4] E. K. Al-Hussaini, A. M. Al-Bassiouni, H. M. Mourad, H. Al-Shennawy, "Composite macroscopic and microscopic diversity of sectorized macrocellular and microcellular mobile radio systems employing RAKE receiver over Nakagami fading plus lognormal shadowing channel" *Wireless Personal Comm.* Vol. 21, pp. 309–328, 2002.

- [5] I. M. Kostic, "Analytical approach to performance analysis for channel subject to shadowing and fading", *IEE Proc Comm.* Vol. 152. pp. 821–827, 2005.
- [6] V. A. Aalo, "Performance of maximal-ratio diversity systems in a correlated Nakagami fading environment", *IEEE Trans. Comm.* Vol. 43, No. 8, pp. 2360–2369, Aug 1995.
- [7] P. M. Shankar, "Analysis of microdiversity and dual channel macrodiversity in shadowed fading channels using a compound fading model", *Int. J. Electron. Commun.* Vol. 62 pp. 445–449, 2008.
- [8] S. Nadarajah, S. Kotz, "Compound statistical models for shadowed fading channels", *Int. J. Electron. Commun.* Vol. 62 no. 8 pp. 138–142, Aug. 2008.
- [9] G. K. Karagiannidis, N. C. Sagias, T. A. Tsiftsis, "Closed-Form for the Sum of Squared Nakagami-m Variates and Its Applications", *IEEE Trans. On Comm.* Vol. 54, No. 8, pp. 1353–59, Aug. 2006.
- [10] G. K. Karagiannidis, D.A. Zogas, S.A. Kotsopoulos, "On the Multivariate Nakagami-m Distribution with Exponential Correlation", *IEEE Trans. On Comm.* Vol. 51, No. 8, pp. 1241–59, Aug. 2003.
- [11] V. A. Aalo, T. Piboongunon, "On the Multivariate Generalized Gamma Distribution with Exponential Correlation", *IEEE GLOBECOM 2005*.
- [12] M. Abramowitz, I.A. Stegun. *Handbook of mathematical functions*. New York, Dover; 1972.
- [13] W. C. Jakes, *Microwave Mobile Communications*, New York, Wiley; 1974.
- [14] Y. H. Yeh, J. C. Wilson, and S. C. Schwartz, "Outage probability in mobile telephone with directive antennas and macro-diversity", *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, Vol. 2, pp. 507–511, July 1984.
- [15] A. A. Abu-Dayya and N. C. Beaulieu, "Micro-and macrodiversity NCFSK (DPSK) on shadowed Nakagami-fading channels," *IEEE Transactions on Communications*, Vol. 42, pp. 2693–2702, September 1994.

ABSTRACT

Analysis of micro- and macro-diversity reception in multiple shadowed fading channels is considered using a compound gamma-gamma model. Micro-diversity is applied with several maximal-ratio combiners (MRC). Thus, the analysis of multi-channel macro-diversity realized with selection combining (SC) receiving technique is enabled. Analytical expressions for the probability density functions of output power are derived in the canonical form of infinite sum series. The moments and amount of fading (AoF) are derived. The system performance based on outage probability (OP), average symbol error probability for BPSK and DBPSK modulation technique are discussed, compared and graphically presented.

DIVERSITY GAIN IN MULTIPLE COMPOUND GAMMA-GAMMA FADING CHANNELS

Z. J. Popovic, C. M. Stefanovic, H. Z. Stefanovic, D. S. Krstic, and M. C. Stefanovic