

# Uticao termogenih gubitaka na transformatorska svojstva eksponencijalnih vodova

Zlata Ž. Cvetković, Bojana R. Petković, Milorad J. Bajić

**Sadržaj** — Eksponencijalni prenosni vod korišćen kao balun transformator impedanse razmatran je u ovom radu. Polazeći od jednačina telegrafičara dobijeno je kompleksno rešenje u zatvorenom obliku za ulaznu impedansu kao i koeficijent transmisije na proizvoljnom mestu duž prenosnog voda sa gubicima. Razmatrana je zavisnost ulazne impedanse duž prenosnog voda za različite vrednosti frekvencije i različite vrednosti odnosa transformacije. Poređenjem rezultata za koeficijent transmisije na vodovima sa gubicima i vodovima bez gubitaka u funkciji frekvencije, ispitano je kako termogeni gubici utiču na širokopoljasa, transformatorska svojstva eksponencijalnih vodova.

**Cljučne reči** — Balun, Eksponencijalni prenosni vod sa gubicima, Koeficijent transmisije, Odnos transformacije, Termogeni gubici.

## I. UVOD

BALUN je mreža čija je osnovna funkcija da poveže nebalansirani transmisioni vod, sistem ili uređaj na balansirani vod, sistem ili uređaj. Druga funkcija baluna je da obezbedi odgovarajuće transformacije impedanse [1].

Delovi eksponencijalnih transmisionih linija se često upotrebljavaju kao transformatori impedanse, rezonatori i filtri u oblasti mikrotalasa [2-3]. Oni imaju prednost u odnosu na neke transformatore zbog prilagođenja impedanse u širem opsegu frekvencija kada se koriste kao transformatori impedanse i šireg nepropusnog opsega kada se koriste kao rezonatori i filtri.

Eksponencijalni transmisioni vod, kao i ostali nehomogeni vodovi, ima prvenstvo u odnosu na homogeni vod dužine  $\lambda/4$  kada se koristi kao element za prilagođenje dva sklopa različitih impedansi, zbog svojih prednosti kao što su manja dužina voda, značajno povećanje radnog opsega frekvencija i bolje karakteristike u propusnom opsegu.

Parametri koji definišu transformatorska svojstva eksponencijalnog transmisionog voda sa i bez gubitaka analizirani su u radovima [4-8].

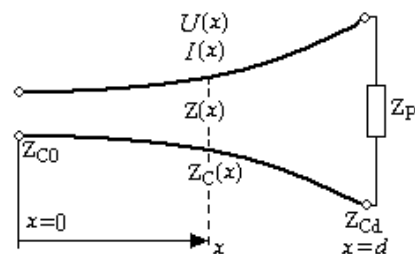
Formule za ulaznu impedansu, koeficijent refleksije, koeficijent stojećeg talasa i koeficijent transmisije su izvedene i zavise od dužine voda, frekvencije i odnosa transformacije voda [5, 7].

U ovom radu je eksponencijalni transmisioni vod

iskorišćen kao širokopoljasi balun transformator impedanse. Sa ciljem da se ispita kako termogeni gubici utiču na transformatorska svojstva eksponencijalnih vodova razmatran je uticaj termogenih gubitaka na koeficijent transmisije u funkciji frekvencije za različite odnose transformacije voda. Upoređeni su rezultati dobijeni za moduo koeficijenta transmisije na vodovima sa gubicima i na vodovima bez gubitaka pri različitim odnosima transformacije.

## II. EKSPONENCIJALNI TRANSMISIONI VOD SA GUBICIMA

U cilju analize eksponencijalno tejperovonag voda koji se koristi kao balun transformator impedanse posmatran je dvožični vod prikazan na Sl. 1. Dielektrik u vodu je homogen, dielektrične kontsante  $\epsilon_0$ , magnetne propusljivosti  $\mu_0$ . Provodnici voda su načinjeni od tanke žice magnetne propusljivosti  $\mu$  i specifične provodnosti  $\sigma$ . Sa  $r_0$  je označen poluprečnik poprečnog preseka provodnika voda, a  $\omega$  je kružna frekvencija izvora.



Sl. 1. Šematski prikaz eksponencijalnog voda.

Ako su gubici u provodnicima mali i konstantni, onda je redna impedansa po jedinici dužine voda oblika  $Z' = R' + j\omega L'$ , a paralelna admitansa po jedinici dužine voda  $Y' = j\omega C'$ . Sa  $L' = L'_0 e^{sx}$  i  $C' = C'_0 e^{-sx}$  su označene induktivnost i kapacitivnost po jedinici dužine voda,  $x$  je rastojanje duž voda računato od ulaznog kraja,  $x = 0$ , a  $L'_0$  i  $C'_0$  su podužna induktivnost i kapacitivnost na mestu  $x = 0$ .

Oblik tejperovanja po kome se karakteristična impedansa menja po eksponencijalnom zakonu duž voda je označen sa  $s = \frac{1}{d} \ln P$ , gde  $P = \frac{Z_{Cd}}{Z_{C0}}$  označava odnos transformacije. Sa  $Z_{C0}$  je obeležena karakteristična impedansa na ulazu, a sa  $Z_{Cd}$  karakteristična impedansa na kraju prenosne linije na mestu  $x = d$ .

Zlata Ž. Cvetković, Elektronski fakultet u Nišu, Srbija (telefon: 381-18-529136; faks: 381-18-588399; e-mail: zlata.cvetkovic@elfak.ni.ac.rs).

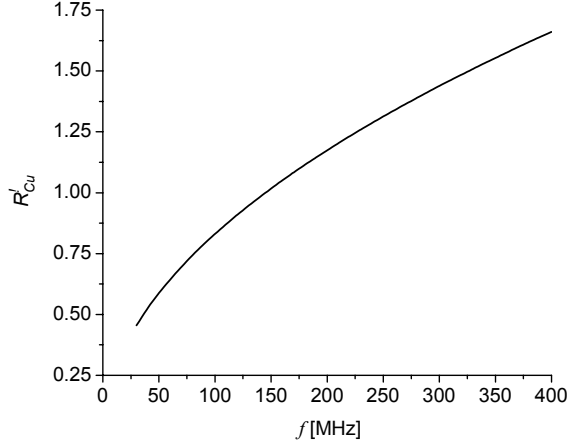
Bojana R. Petković, Elektronski fakultet u Nišu, Srbija (telefon: 381-18-529423; faks: 381-18-588399; e-mail: bojana.petkovic@elfak.ni.ac.rs).

Milorad Bajić, Elektrotehnički fakultet u Banja Luci, Patre 5, 78000 Banja Luka, Bosna i Hercegovina (e-mail: milb@etfbf.net).

$R'$  je otpornost po jedinici dužine voda, zavisi od površinske otpornosti provodnika voda i može se izračunati korišćenjem relacije

$$R' = \frac{1}{r_0 \pi} \sqrt{\frac{\omega \mu}{2\sigma}}. \quad (1)$$

Za slučaj kada su provodnici voda načinjeni od bakra kružnog poprečnog preseka poluprečnika  $r_0 = 1 \text{ mm}$ , zavisnost otpornosti po jedinici dužine voda od frekvencije prikazana je na Sl. 2.



Sl. 2. Promena otpornosti po jedinici dužine voda u funkciji frekvencije za provodnik načinjen od bakra.

U slučaju eksponencijalnog voda sa gubicima sekundarni parametri voda su oblika

$$Z_C(x) = Z_{C0} e^{sx} \sqrt{1 - jr e^{-sx}} \quad (2)$$

i

$$\gamma^2(x) = -k_0^2 (1 - jr e^{-sx}), \quad (3)$$

gde je  $r = R'/\omega L'_0$ .

Diferencijalna jednačina drugog reda za napon na vodu je oblika [7]

$$U'' - \frac{s(1 + jr e^{-sx})}{1 + r^2 e^{-2sx}} U' + k_0^2 (1 - jr e^{-sx}) U = 0. \quad (4)$$

U frekvencijskom domenu se napon i struja duž eksponencijalnog voda mogu izraziti u obliku

$$U(x) = C_1 e^{k_1(x)x} + C_2 e^{k_2(x)x}, \quad (5)$$

i

$$I(x) = -\frac{C_1}{Z'(x)} \gamma_1(x) e^{k_1(x)x} - \frac{C_2}{Z'(x)} \gamma_2(x) e^{k_2(x)x}. \quad (6)$$

Konstante  $C_1$  i  $C_2$  se određuju iz graničnih uslova

$$U(x=0) = 1 \text{ V i } U(x=d) = Z_p I(x=d). \quad (7)$$

Ulazna impedansa na mestu  $x$  se definiše kao

$$Z(x) = \frac{U(x)}{I(x)}. \quad (8)$$

Incidentni talas,  $U_{inc}$ , zavisi od konstanti  $C_1$  i  $C_2$  na sledeći način

$$U_{inc} = \frac{C_1 + C_2}{1 + \Gamma_{in}}, \quad (9)$$

i može se iskoristiti za proračun koeficijenta transmisije,  $\zeta$ , na mestu potrošača koji se definiše kao odnos prenesenog talasa i incidentnog talasa,

$$\xi = \frac{U(x=d)}{U_{inc}}. \quad (10)$$

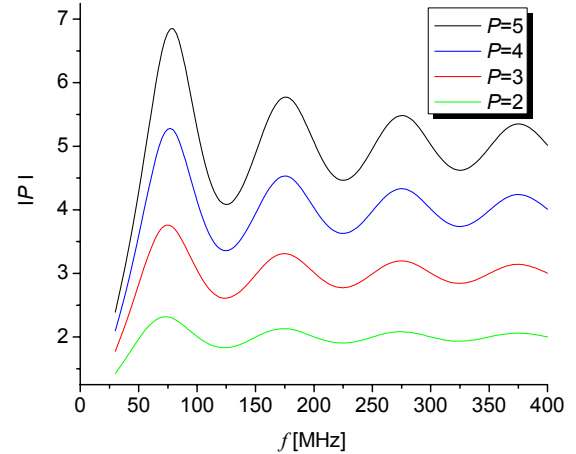
Koeficijent stojećeg talasa se može sračunati po relaciji

$$SWR = \frac{1 + |\Gamma_{in}|}{1 - |\Gamma_{in}|}. \quad (11)$$

### III. NUMERIČKI REZULTATI

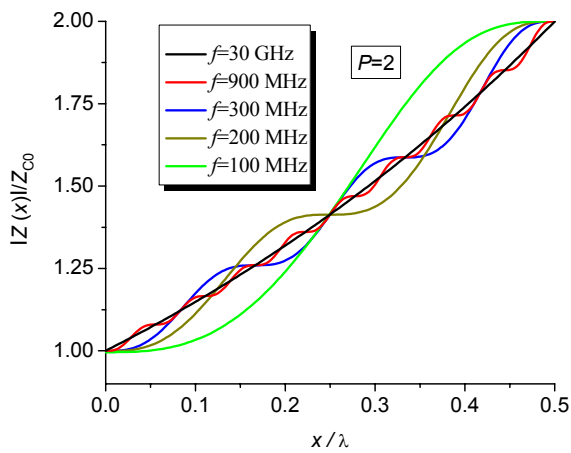
Izložena teorijska razmatranja su primenjena na eksponencijalni transmisioni vod sa gubicima čiji su provodnici načinjeni od bakra. Uzeto je da podužna induktivnost na početku voda, na mestu  $x=0$ , iznosi  $L'_0 = 1 \mu\text{H/m}$ , a podužna kapacitivnost  $C'_0 = 100 \text{ pF/m}$ , tako da vrednost karakteristične impedanse na tom mestu iznosi  $Z_{C0} = 100 \Omega$ . Za sve proračune korišćena je ista dužina voda  $d = 0.5\lambda$  [7].

Na Sl. 3 prikazano je ponašanje modula odnosa transformacije kod vodova sa gubicima, za različite odnose transformacije, u funkciji frekvencije. Mogu se uočiti veća odstupanja od idealnog slučaja pri nižim frekvencijama i većim odnosima transformacije, dok se sa povećanjem frekvencije odstupanja smanjuju i teže nuli.

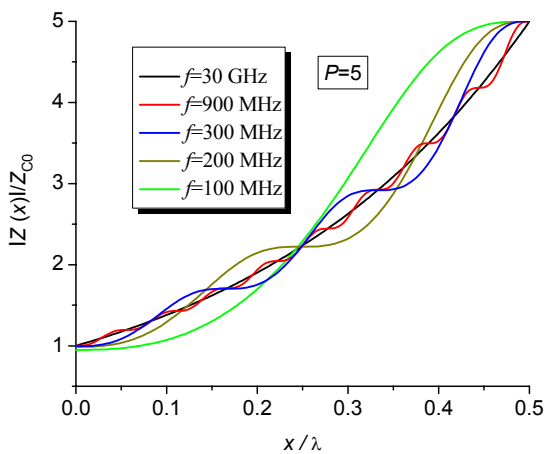


Sl. 3. Zavisnost modula odnosa transformacije u funkciji frekvencije kod vodova sa gubicima.

Na Sl. 4 i Sl. 5 prikazane su promene modula normalizovane impedanse duž voda u funkciji prostorne koordinate  $x$ , pri različitim frekvencijama, za odnose transformacije  $P=2$  i  $P=5$ , respektivno. Dobijeni rezultati pokazuju da su odstupanja impedanse od eksponencijalnog oblika duž voda veća na nižim frekvencijama. Sa povećanjem frekvencija odstupanja su sve manja i pri vrlo visokim frekvencijama, kada su gubici zanemarljivi, zavisnost impedanse duž eksponencijalnog voda ima idealno eksponencijalnu formu. Takođe se može zaključiti da odstupanja ne zavise značajno od odnosa transformacije.



Sl. 4. Zavisnost modula normalizovane impedanse duž voda pri različitim frekvencijama, za odnos transformacije  $P = 2$ .



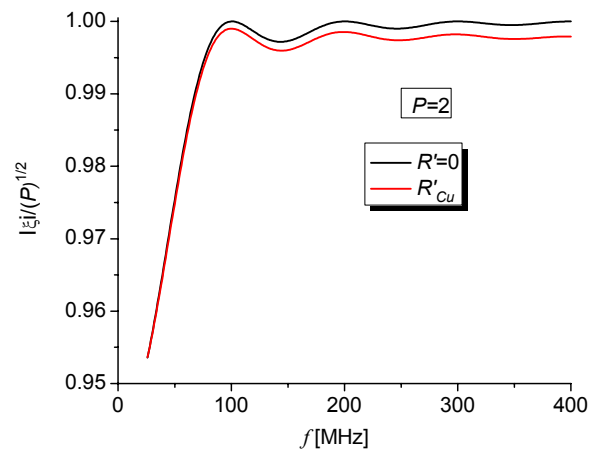
Sl. 5. Zavisnost modula normalizovane impedanse duž voda pri različitim frekvencijama za odnos transformacije  $P = 5$ .

Sa ciljem da se ispita kako termogeni gubici utiču na širokopojasna, transformatorska svojstva eksponencijalnih vodova razmatran je uticaj termogenih gubitaka na koeficijent transmisije u funkciji frekvencije za različite odnose transformacije  $P$ .

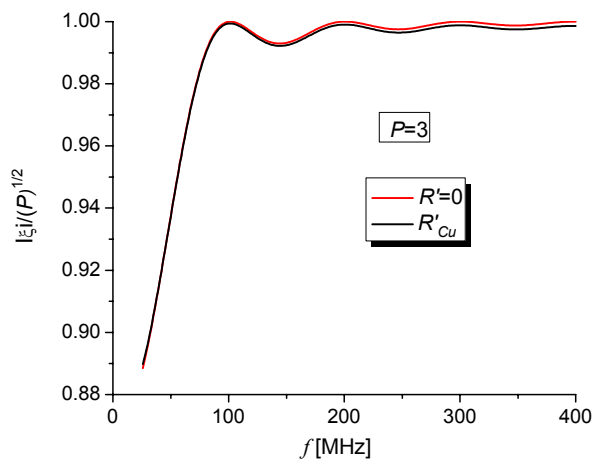
Na Sl. 6-9 prikazani su uporedni rezultati za moduo koeficijenta transmisije na vodovima sa i bez gubitaka za primere kada odnos transformacije uzima vrednosti  $P = 2, 3, 4$  i  $5$ , respektivno.

Dobijeni rezultati pokazuju da se normalizovana vrednost koeficijenta transmisije pri visokim frekvencijama približava vrednosti jedan, što potvrđuje činjenicu da je na tim frekvencijama prenos energije do potrošača potpun. Takođe se sa dobijenih dijagrama može videti da u propusnom opsegu postoje talasići čije amplitude opadaju sa porastom frekvencije.

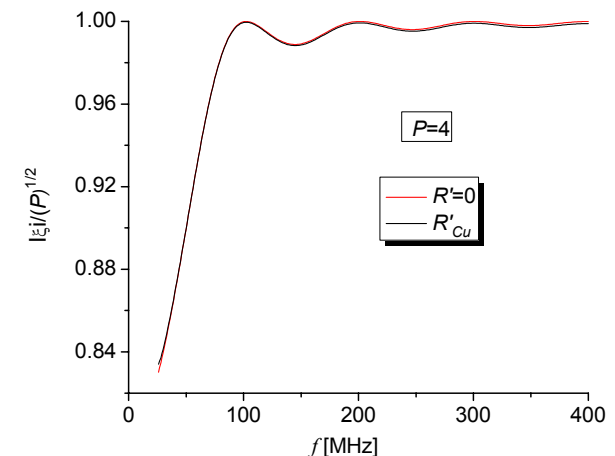
Poređenjem rezultata za koeficijent transmisije na vodovima sa gubicima i vodovima bez gubitaka u funkciji frekvencije došlo se do zaključka da termogeni gubici zavise od frekvencije i odnosa transformacije. Što je odnos transformacije manji uticaj gubitaka na koeficijent transmisije je veći. Sa povećanjem frekvencije gubici rastu zbog povećanja podužne otpornosti provodnika.



Sl. 6. Uticaj termogenih gubitaka na moduo koeficijenta transmisije u funkciji frekvencije za odnos transformacije  $P = 2$ .

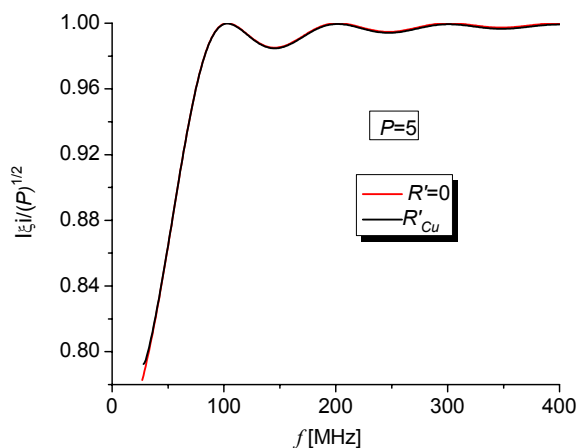


Sl. 7. Uticaj termogenih gubitaka na moduo koeficijenta transmisije u funkciji frekvencije za odnos transformacije  $P = 3$ .

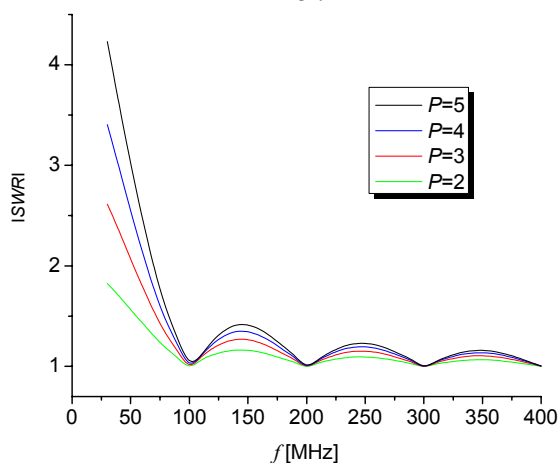


Sl. 8. Uticaj termogenih gubitaka na moduo koeficijenta transmisije u funkciji frekvencije za odnos transformacije  $P = 4$ .

Sl. 10 prikazuje zavisnost koeficijenta stojećeg talasa na ulaznom kraju voda sa gubicima u zavisnosti od frekvencije, za različite vrednosti odnosa transformacije.



Sl. 9. Uticaj termogenih gubitaka na moduo koeficijenta transmisije u funkciji frekvencije za odnos transformacije  $P = 5$ .



Sl. 10. Zavisnost koeficijenta stojećeg talasa od frekvencije za različite odnose transformacije  $P$ .

#### IV. ZAKLJUČAK

U radu je razmatrano ponašanje nekih parametara eksponencijalnog transmisionog voda sa gubicima koji se koristi kao balun transformator impedanse.

Izrazi za ulaznu impedansu, koeficijent transmisije i koeficijent stojećeg talasa izvedeni su u funkciji dužine voda, frekvencije i odnosa transformacije prenosnog voda.

Analizom promene modula impedanse duž voda, kod eksponencijalnog voda sa gubicima, došlo se do zaključka da je odstupanje impedanse od eksponencijalnog oblika najveće pri manim odnosima transformacije i pri višim frekvencijama, a smanjuje se sa povećanjem odnosa transformacije.

Amplituda koeficijenta transmisije raste sa povećanjem frekvencije i približava se vrednosti jedan tako da se pri tim frekvencijama vrši celokupni prenos energije do potrošača. Za frekvencije u propusnom opsegu postoje odstupanja od jedinice u obliku talasa čija se maksimalna amplituda smanjuje sa povećanjem frekvencije.

Poređenjem rezultata za koeficijent transmisije na vodovima sa gubicima i vodovima bez gubitaka, u funkciji frekvencije, došlo se do zaključka da je uticaj termogenih

gubitaka veći što je odnos transformacije manji i da i pored toga što  $R'$  raste sa frekvencijom, njegov je uticaj na koeficijent transmisije u propusnom opsegu praktično zanemarljiv.

Ovakva detaljna analiza nekih transmisionih parametara prenosnog voda je pokazala da eksponencijalni prenosni vod ima dobra transformatorska svojstva u širokom opsegu frekvencija.

#### ZAHVALNICA

Ovo istraživanje je delimično finansirano sredstvima Ministarstva za nauku i tehnološki razvoj Republike Srbije (projekat ET-11033).

#### LITERATURA

- [1] G. Olitman: "The Compensated Balun", IEEE Trans. Micro-wave Theory Techn., Vol. MTT-14, pp. 112-119, 1966.
- [2] R. N. Ghose: "Exponential transmission lines as resonators and transformers", IRE Trans. Microwave Theory Techn., Vol. MTT - 5, pp. 213-217, 1957.
- [3] C. P. Womack: "The use of exponential lines as microwave components", IRE Trans. Microwave Theory Techn., Vol. MTT - 10, pp. 124-132, 1962.
- [4] Z. Ž. Cvetković, S. Aleksić, V. Marković, V. Javor: "Synthesis of Lossy Exponential Transmission Line", Acta Electrotechnica et Informatica, Vol. 6, No. 3, pp. 49-52, 2006.
- [5] Zlata Ž. Cvetković, Milorad Bajić, Bojana R. Petković: "Analysis of short-circuited exponential transmission line", Proc. of Extended Abstracts 8th International Conference on Applied Electromagnetics IIEC 2007, pp. 145-146, Niš, Serbia, 2007.
- [6] M. Bajić, Z. Ž. Cvetković: "Input Impedance and Reflection Coefficient for Exponentially Tapered Transmission Lines", Proc. of Extended Abstracts 8th International Conference on Applied Electromagnetics IIEC 2007, pp. 147-148, Niš, Serbia, 2007.
- [7] Zlata Cvetković, Bojana Petković: "Analysis of exponential transmission line as band pass impedance transformer", 9th International Conference on Applied Electromagnetics, IIEC 2009, Niš, Serbia, pp 83-84.
- [8] Bajić M., Cvetković Z. Ž., "Ulazna imepansa i koeficijent refleksije eksponencijalnih vodova", Zbornik radova VII Simpozijuma industrijske elektronike INDEL 2008, pp. 93-95, Banja Luka, Republika Srpska, 7-8 Novembar, 2008.

#### ABSTRACT

Exponential transmission line used as balun impedance transformer is considered in this paper. A closed-form complex solution for the input impedance and a transmission coefficient at arbitrary distance along the lossy transmission line are obtained from telegraphers' equations. Dependence of the input impedance along the transmission line for different frequencies and different values of taper ratio is observed. By comparing results of transmission coefficients versus frequency of lossy lines and lossless lines, it is investigated how thermal losses influence on broadband, transformer properties of exponential lines.

#### TERMAL LOSSES INFLUENCE ON TRANSFORMER PROPERTIES OF EXPONENTIAL LINES

Zlata Cvetković, Bojana Petković, Milorad Bajić