

# Primena *cross-section* modela za izračunavanje elastičnosti tražnje telekom servisa\*

Vladimir B. Čilerdžić, Nataša M. Gospić, Valentina Dž. Radojičić

**Sadržaj** — Koncept elastičnosti je suštinski faktor za razumevanje osetljivosti tražnje na promenu cene u bilo kom sektoru, a posebno u telekomunikacijama. U ovom radu biće definisani tipovi elastičnosti, kao i faktori koji utiču na elastičnost tražnje. Takođe, data je i metodologija izbora odgovarajućeg modela za izračunavanje cenovne elastičnosti tražnje. U radu je objašnjen *cross-section* model za izračunavanje cenovne i dohodovne elastičnosti, i prikazani su i analizirani rezultati dobijeni primenom *cross-section* modela na fiksne telefonske servise u državama u regionu.

**Ključne reči** — *Cross-section* model, elastičnost tražnje, fiksni telefonski servisi, koeficijent elastičnosti, modeli za izračunavanje elastičnosti tražnje, telekomunikacioni servisi.

## I. UVOD

ELASTIČNOST meri relativnu promenu jedne funkcije u odnosu na relativnu promenu druge funkcije u određenoj tački. U zavisnosti od toga koje funkcije su uzete u obzir, postoji više tipova elastičnosti, kao što su: cenovna elastičnost tražnje, dohodovna elastičnost tražnje, cenovna elastičnost ponude, unakrsna cenovna elastičnost tražnje, itd.

Koeficijent cenovne elastičnosti tražnje je blisko povezan sa ukupnim i marginalnim prihodom kompanije. Poznavanje ovog koeficijenta je značajno kompanijama koje učestvuju na konkurentnim tržištima za određivanje cena pri kojima će maksimizirati profit od pojedinih servisa.

Cenovna elastičnost tražnje pokazuje koliko je potražnja za servisom osetljiva na promenu cene servisa. Koeficijent cenovne elastičnosti tražnje ( $E_d$ ) predstavlja količnik relativne (procentualne) promene tražene količine ( $Q_d$ ) i relativne (procentualne) promene cene ( $P$ ) istog servisa. Procentualne promene se izračunavaju kao promena vrednosti promenljive podeljena početnom, srednjom ili krajnjom vrednošću te promenljive, pa osnovna jednačina za izračunavanje koeficijenta cenovne elastičnosti tražnje glasi:

$$E_d = \frac{\frac{\Delta Q_d}{Q_d}}{\frac{\Delta P}{P}} = \frac{\Delta Q_d}{\Delta P} \cdot \frac{P}{Q_d} \quad (1)$$

Po zakonu tražnje, kada se cena proizvoda poveća dolazi do smanjenja tražene količine proizvoda, ako su drugi faktori ostali nepromenjeni, i obratno. Zbog obrnute srazmere cene i tražene količine, koeficijent cenovne elastičnosti tražnje uvek ima negativnu vrednost, mada se u literaturi vrlo često prikazuje u obliku apsolutne vrednosti.

U Tabeli 1. prikazani su opsezi u kojima se tražnja može nalaziti u zavisnosti od elastičnosti, kao i kako se menja prihod u zavisnosti od elastičnosti cena.

TABELA 1. OBLICI ELASTIČNOSTI TRAZNJE

Koeficijent cenovne elastičnosti	Elastičnost tražnje	Promena prihoda pri promeni cene	
		povećanje cene	smanjenje cene
$ E_d  < 1$	Neelastična tražnja	Porast prihoda	Smanjenje prihoda
$ E_d  = 1$	Jedinično elastična tražnja	Nema promene	Nema promene
$ E_d  > 1$	Elastična tražnja	Smanjenje prihoda	Porast prihoda

Postoje i dva ekstremna slučaja: savršeno elastična i savršeno neelastična tražnja. Kada se tražena količina ne menja usled promene cene, tražnja je savršeno neelastična i  $E_d = 0$ . Kada bilo koje povećanje cene dovodi do smanjenja tražene količine na nulu, a smanjenje cene do „beskonačnog“ povećanja tražene količine, tražnja je savršeno elastična i  $E_d = -\infty$ .

Kada je poznata kriva tražnje, elastičnost se može odrediti na osnovu njenog nagiba. Generalno, što je nagib krive tražnje veći, to je tražnja više neelastična, i obrnuto. Savršeno neelastična kriva tražnje je vertikalna, a savršeno elastična kriva tražnje je horizontalna linija.

Na sličan način kao cenovna elastičnost tražnje, definišu se i drugi tipovi elastičnosti.

Dohodovna elastičnost tražnje meri osetljivost tražene količine na promenu dohotka korisnika i izračunava se kao odnos relativne promene tražene količine i relativne promene dohotka korisnika. Servisi koji imaju pozitivnu dohodovnu elastičnost tražnje se nazivaju normalnim

V. B. Čilerdžić, Saobraćajni fakultet u Beogradu, Vojvode Stepe 305, 11000 Beograd, Srbija (telefon: 381-64-3289511, e-mail: vcilerdzic@yahoo.com).

N. M. Gospić, Saobraćajni fakultet u Beogradu, Vojvode Stepe 305, 11000 Beograd, Srbija (e-mail: n.gospic@sf.bg.ac.rs).

V. Dž. Radojičić, Saobraćajni fakultet u Beogradu, Vojvode Stepe 305, 11000 Beograd, Srbija (e-mail: valentin@sf.bg.ac.rs).

\*Rad je nastao iz projekta Ministarstva nauke „Reinženjering poslovnih procesa i upravljanje rizikom u pružanju poštanskih usluga”

servisima, dok su inferiorni oni koji imaju negativnu dohodovnu elastičnost tražnje. Tražnja za proizvodima/servisima koji su neophodni je manje osetljiva na promenu dohotka korisnika i njena elastičnost ima vrednosti između 0 i 1, dok je tražnja za luksuznim proizvodima/servisima osetljivija na promenu dohotka i elastičnost ima vrednosti veće od 1.

Cenovna elastičnost ponude predstavlja osetljivost ponude na promenu cene servisa. Za razliku od tražnje, ponuda ima pozitivan nagib, pa koeficijent cenovne elastičnosti ponude ima pozitivnu vrednost.

Unakrsna cenovna elastičnost tražnje predstavlja osetljivost tražene količine na promenu cene drugog proizvoda/servisa. Kada je koeficijent unakrsne cenovne elastičnosti tražnje negativan, posmatrani servisi su komplementarni, a kada ima pozitivnu vrednost servisi su supstituti. Unakrsna cenovna elastičnost tražnje može imati i vrednost 0 i tada su servisi nezavisni.

## II. FAKTORI KOJI UTIČU NA ELASTIČNOST

Glavni faktori koji utiču na cenovnu elastičnost su: dostupnost supstituta, udeo sredstava koji se potroše za proizvod u ukupnom budžetu kupca, vremenski aspekt, oblast obuhvaćena definicijom i stepen konkurentnosti na tržištu.

**Dostupnost supstituta** utiče na cenovnu elastičnost tražnje jer kupci imaju mogućnost izbora između više proizvoda/servisa, koji mogu zadovoljiti njihove potrebe. Kriva tražnje servisa je elastičnija ako servis ima više supstituta. Na konkurentnom tržištu kada jedan operator poveća cenu servisa, može se dogoditi da njegovi korisnici pređu kod drugog operatora, koji pruža slične servise po povoljnijim cenama. To pokazuje da je tražnja za servisima koji imaju bliske supstitute relativno elastična. Ovaj faktor ima najveći uticaj na elastičnost tražnje.

**Udeo sredstava koji se troši na kupovinu servisa u ukupnom budžetu** je bitan faktor koji utiče na ponašanje korisnika na tržištu. Proizvodi koje korisnici često kupuju najčešće čine značajan deo njihovog budžeta, pa i veoma malo povećanje cena ovih proizvoda uzrokuje značajno povećanje ukupnih mesečnih troškova korisnika. Zbog toga, ovi proizvodi imaju veću cenovnu elastičnost od proizvoda koje potrošači retko kupuju ili imaju nisku cenu.

**Vremenski aspekt** odnosno vreme tokom koga se posmatra uticaj promene cene utiče na elastičnost tražnje jer korisnici mogu različito reagovati na promene cene u kratkom i dugom roku. U kratkom roku korisnicima je teško da pronađu alternative, ali u dužem roku mogu pronaći supstitute za određeni servis. Zbog toga najčešće važi da što je duži period tokom koga se posmatra reakcija korisnika na povećanje cene, to je tražnja elastičnija.

**Oblast obuhvaćena definicijom** se odnosi na klase servisa koje se posmatraju u modelu za izračunavanje elastičnosti. Generalno, što je širi skup posmatranih servisa, to je osetljivost kupaca na promenu cena manja odnosno tražnja je manje elastična, i obratno. Na primer, ako operator poveća cenu jednog telekomunikacionog servisa, korisnici mogu preći na korišćenje drugog servisa koji pruža isti operator i koji zadovoljava njihove potrebe.

U ovom slučaju, tražnja za pojedinačnim servisima je relativno elastična. Sa druge strane, ako se izračunava elastičnost svih servisa koje pruža operator, tražena količina se nije promenila i ukupna tražnja je relativno neelastična. Takođe, tražnja jedne kompanije je uvek elastičnija od tražnje celokupnog tržišta.

**Stepen konkurentnosti na tržištu** utiče na cenovnu elastičnost tražnje tako što na konkurentnijim tržištima kompanije imaju manju moć kontrole cena i cenovna elastičnost ima više vrednosti. Na savršeno konkurentnom tržištu tražnja je savršeno elastična i operator nema uticaj na cene. Sa druge strane, kada na tržištu nema konkurencije, odnosno postoji monopol, tražnja je savršeno neelastična i moć uticaja operatora na cene je velika.

## III. MODELI ZA IZRAČUNAVANJE CENOVNE ELASTIČNOSTI

U zavisnosti od oblika podataka o cenama i tražnji, koeficijent cenovne elastičnosti tražnje se može izračunati korišćenjem nekog od sledećih modela.

**Prvi model** se koristi kada su raspoloživi podaci u obliku parova cena i odgovarajućih traženih količina. Tada se koeficijent cenovne elastičnosti izračunava pomoću sledeće formule:

$$E_d = \frac{\frac{Q_1 - Q_0}{Q^*}}{\frac{P_1 - P_0}{P^*}}, \quad (2)$$

gde su  $Q_0$  i  $P_0$  tražena količina i cena pre promene cene,  $Q_1$  i  $P_1$  tražena količina i cena posle promene cene, a  $Q^*$  i  $P^*$  mogu biti početne ( $Q_0$  i  $P_0$ ), krajnje ( $Q_1$  i  $P_1$ ) ili srednje vrednosti ( $(Q_0 + Q_1)/2$  i  $(P_0 + P_1)/2$ ) tražene količine i cene.

**Drugi model** se bazira na „point-slope“ formuli, odnosno na određivanju nagiba krive tražnje u određenoj tački. Opšta formula za izračunavanje koeficijenta cenovne elastičnosti tražnje bilo koje krive  $P(Q_d)$  glasi:

$$E_d = \frac{\partial Q_d}{\partial P} \cdot \frac{P}{Q_d}. \quad (3)$$

Na linearnoj krivi tražnje biće pokazano kako se određuje koeficijent cenovne elastičnosti tražnje. Opšti oblik ove krive glasi:

$$P = a - b \cdot Q_d. \quad (4)$$

Parametar  $a > 0$  je odsečak na y-osi, a parametar  $b > 0$  je nagib linearne krive. Kako je prvi izvod funkcije (4),  $\partial P / \partial Q_d$ , jednak  $-b$ , dobija se izraz za izračunavanje koeficijenta cenovne elastičnosti linearne tražnje:

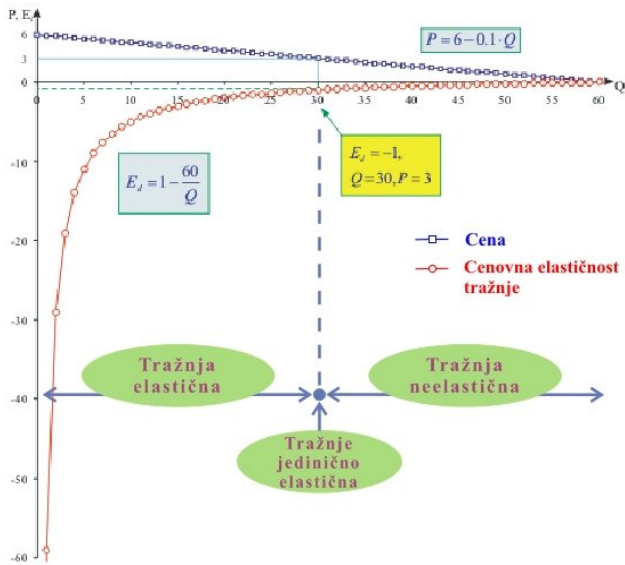
$$E_d = -\frac{1}{b} \cdot \frac{P}{Q_d}. \quad (5)$$

Takođe, (5) se može izvesti i iz (1), jer je nagib linearne funkcije  $P(Q_d)$  jednak  $b = \Delta P / \Delta Q_d$ .

Kako postoji funkcionalna zavisnost cene i tražene količine,  $P = a - b \cdot Q_d$ , (5) se može napisati kao funkcija jedne promenljive:

$$E_d = -\frac{1}{b} \cdot \frac{P}{Q_d} = \frac{P}{P - a} = 1 - \frac{a}{b \cdot Q_d}. \quad (6)$$

Jednačina (6) omogućava grafičko prikazivanje zavisnosti cenovne elastičnosti tražnje samo od cene ili tražene količine. Na Sl. 1. je prikazana zavisnost cene ( $P$ ) i cenovne elastičnosti tražnje ( $E_d$ ) od tražene količine ( $Q$ ) za slučajno izabrane parametre  $a = 6$  i  $b = 0.1$ .



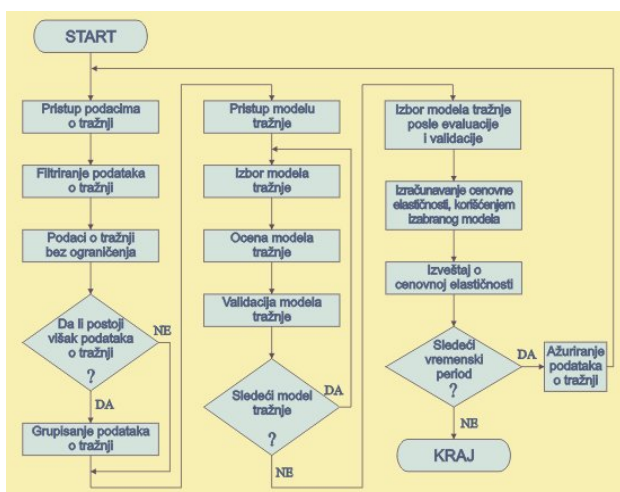
Sl. 1. Zavisnost cene ( $P$ ) i cenovne elastičnosti tražnje ( $E_d$ ) od tražene količine ( $Q$ ) za linearnu krivu tražnje

Na Sl. 1. možemo videti da se cenovna elastičnost linearne krive tražnje neprekidno menja duž krive tražnje.

**Cross-section** model je takođe jedan od modela za izračunavanje elastičnosti tražnje a bazira se na korišćenju podataka iz različitih izvora za isti proizvod/servis. Kako se u literaturu pominje kao model pogodan za telekom servise, ovaj model je posebno opisan u poglavlju V.

#### IV. IZBOR ODGOVARAJUĆEG MODELA CENOVNE ELASTIČNOSTI

Na Sl.2. prikazan je algoritam kojim je opisan proces određivanja cenovne elastičnosti tražnje.



Sl. 2. Algoritam za izračunavanje cenovne elastičnosti tražnje [2]

Izračunavanje cenovne elastičnosti uključuje pristup velikom broju modela tražnje i različitim podacima o tražnji. Podaci o tražnji se propuštaju kroz modele tražnje, a zatim se vrši evaluacija i validacija modela, na osnovu

čega se bira odgovarajući model. Nakon toga vrši se izračunavanje cenovne elastičnosti za izabrani model tražnje [2].

Posle određenog perioda, preporučuje se ponovno izračunavanje koeficijenta elastičnosti uz korišćenje ažuriranih (novih) podataka.

#### V. CROSS-SECTION MODEL ZA IZRAČUNAVANJE ELASTIČNOSTI TRAZNJE

*Cross-section* model se bazira na modelu tražnje za telekomunikacionim servisima, koji je prikazan sledećom relacijom [3]:

$$L = A \cdot G^i \cdot B^j, \quad (7)$$

gde su:  $L$  – broj fiksnih linija na 100 stanovnika,  $G$  – BDP po stanovniku u €, a  $B$  – mesečni račun u €.

Logaritmovanjem (7) dobija se log-linearni model tražnje [3]:

$$\ln(L) = \ln(A) + i \cdot \ln(G) + j \cdot \ln(B). \quad (8)$$

Kada se odrede parcijalni izvodi (8) u odnosu na promenljive  $G$  i  $B$ , dobijaju se izrazi za izračunavanje parametara  $i$  i  $j$ :

$$d \ln(L) = d(\ln(A) + i \cdot \ln(G) + j \cdot \ln(B)) \quad (9)$$

$$\frac{dL}{L} = i \cdot \frac{dG}{G} \Rightarrow i = \frac{dL}{dG} \frac{G}{L} \quad (10)$$

$$\frac{dL}{L} = j \cdot \frac{dB}{B} \Rightarrow j = \frac{dL}{dB} \frac{B}{L}. \quad (11)$$

Iz (10) se vidi da  $i$  predstavlja elastičnost tražnje u odnosu na dohodak, a iz (11) da  $j$  predstavlja elastičnost tražnje u odnosu na cenu.

Za procenu parametara  $i$  i  $j$ , odnosno cenovne i dohodovne elastičnosti tražnje, biće korišćena metoda najmanjih kvadrata, ali pošto postoje dva parametra neće biti korišćene osnovne formule.

Jednačina (8) je oblika  $z = a_0 + a_1x + a_2y$ , gde su  $a_0, a_1$  i  $a_2$  parametri, a  $x, y$  i  $z$  promenljive. Određivanje parametara  $a_0, a_1$  i  $a_2$  vrši se na osnovu prikupljenih podataka, tj. serija vrednosti promenljivih ( $x, y, z$ ). Da bi se odredili parametri metodom najmanjih kvadrata, mora biti ispunjen sledeći uslov:

$$f(a_0, a_1, a_2) = \sum_{i=1}^n (z_i - (a_0 + a_1 \cdot x_i + a_2 \cdot y_i))^2 = \sum_{i=1}^n \varepsilon_i \rightarrow \min \quad (12)$$

Ovaj uslov je ispunjen ako su parcijalni izvodi po svim parametrima jednaki nuli, što daje sledeći sistem jednačina:

$$\begin{aligned} n \cdot a_0 + a_1 \cdot \sum_{i=1}^n x_i + a_2 \cdot \sum_{i=1}^n y_i &= \sum_{i=1}^n z_i \\ a_0 \cdot \sum_{i=1}^n x_i + a_1 \cdot \sum_{i=1}^n x_i^2 + a_2 \cdot \sum_{i=1}^n x_i y_i &= \sum_{i=1}^n z_i x_i \\ a_0 \cdot \sum_{i=1}^n y_i + a_1 \cdot \sum_{i=1}^n x_i y_i + a_2 \cdot \sum_{i=1}^n y_i^2 &= \sum_{i=1}^n z_i y_i \end{aligned} \quad (13)$$

Rešavanjem sistema jednačina (13) dobijaju se vrednosti parametara  $a_0, a_1$  i  $a_2$ , gde  $a_1$  predstavlja dohodovnu, a  $a_2$  cenovnu elastičnost tražnje.

## VI. PRIMENA CROSS-SECTION MODELA NA FIKSNE TELEFONSKE SERWISE U ZEMLJAMA ZAPADNOG BALKANA

U ovom radu, zbog istorijski raspoloživih podataka, vršeno je izračunavanje cenovne i dohodovne elastičnosti za fiksne telefonske servise u zemljama zapadnog Balkana: Hrvatsku, Makedoniju, Tursku, Albaniju, Bosnu i Hercegovinu, Crnu Goru i Srbiju. Promenljive koje su uključene u ovaj model su: broj fiksnih linija na 100 stanovnika, BDP po stanovniku u € i mesečni račun u €. Podaci, korišćeni u ovom proračunu, uzeti su iz [4] i [5].

U ovom modelu je pretpostavljeno da se mesečni račun sastoji iz: mesečne pretplate, 30 lokalnih 3-minutnih poziva, 30 međugradskih 3-minutnih poziva, 10 poziva ka mobilnim korisnicima, 10 lokalnih 10-minutnih poziva i 10 međugradskih 10-minutnih poziva. Na ovaj način su obuhvaćeni i mesečna pretplata i tipični pozivi iz fiksne telefonske mreže, radi dobijanja preciznijeg iznosa mesečnog računa u odnosu na studije pojedinih autora u kojima su korišćene samo cene mesečnih pretplata.

U (13) promenljiva  $z$  se odnosi na broj fiksnih linija na 100 stanovnika,  $x$  na BDP po stanovniku, a  $y$  na mesečni račun, dok  $n$  predstavlja broj država koje su uključene u model. U našem modelu  $\sum_{i=1}^n z_i$  predstavlja sumu logaritmovanog broja fiksnih linija na 100 stanovnika za sve posmatrane države za jednu godinu. Na sličan način se

definišu i izračunavaju  $\sum_{i=1}^n x_i$  i  $\sum_{i=1}^n y_i$ . Suma  $\sum_{i=1}^n x_i y_i$  se dobija tako što se prvo pomnože logaritmovani BDP po stanovniku i logaritmovani mesečni račun za svaku državu pojedinačno, a zatim izvrši sumiranje rezultata dobijenih za sve države za posmatranu godinu. Ostale sume koje se pojavljuju u (13) dobijaju se na sličan način kao prethodna.

U Tabeli 2. prikazani su rezultati dobijeni primenom *cross-section* modela na telefonske servise za zemlje zapadnog Balkana.

TABELA 2. KOEFICIJENTI CENOVNE I DOHODOVNE ELASTIČNOSTI TRAZNJE ZA ŠIRI (1) I UŽI (2) REGION ZAPADNOG BALKANA

	<i>Cenovna elastičnost tražnje</i>		<i>Dohodovna elastičnost tražnje</i>	
	(1)	(2)	(1)	(2)
2005	-0.44	-0.60	0.59	0.53
2006	-0.54	-0.59	0.65	0.62
2007	-0.73	-0.71	0.63	0.66
2008	-0.70	-0.68	0.60	0.71
2009	-0.83	-0.81	0.60	0.74

Kako je tržište telekomunikacija u Turskoj znatno razvijenije od ostalih zemalja, zbog mogućeg velikog uticaja na dobijene rezultate izračunate su dve vrednosti koeficijenta elastičnosti: za širi i užu region zapadnog Balkana. Pri tom, širi region uključuje Tursku, u užu ne.

Cenovna elastičnost tražnje u periodu od 2005. do 2009. godine je u neelastičnom opsegu. Takođe, dohodovna elastičnost uzima vrednosti manje od 1, odnosno pripada neelastičnom opsegu.

Iz Tabele 2. se vidi da se izračunati koeficijenti cenovne elastičnosti u svakoj godini vrlo malo međusobno razlikuju ako su podaci za Tursku uključeni u model ili ne. Značajnije odstupanje se javlja jedino u 2005. godini. Takođe, u periodu od 2005. do 2009. godine javlja se porast koeficijenta cenovne elastičnosti. Ovaj porast se desio istovremeno sa ozbiljnim promenama na telekomunikacionim tržištima prouzrokovanih njihovom liberalizacijom, kao i rebalansima tarifne politike, u kojima je došlo do porasta cena pretplate i razgovora.

Dohodovna elastičnost ima skoro konstantnu vrednost kada je Turska uključena u model, a kada nije javlja se blagi rast dohodovne elastičnosti (Tabela 2). Ovakva razlika se i mogla očekivati zbog postojanja razlika u veličini analiziranih zemalja i njihovih BDP.

## VII. ZAKLJUČAK

Da bi se razvili još kvalitetniji modeli za različite servise u mobilnoj, fiksnoj i IP mreži neophodno je posmatrati duže vremenske serije, a u model mogu biti uključene i druge promenljive, koje imaju uticaj na tražnju tih servisa, kao što su cene supstituta, broj godina od uvođenja servisa (tipično za širokopojasne servise). Model za izračunavanje cenovne elastičnosti može biti veoma korisna i snažna alatka u kreiranju poslovne politike preduzeća, pa će u narednom periodu biti nastavljen rad na izboru, unapređenju i načinu primene modela za poštanske i telekomunikacione servise.

## LITERATURA

- [1] J. Gans, "Managerial Economics On-Line, Segment 3: Demand and Costs," *Melbourne Business School*, 2005. Available: <http://www.mbs.edu/home/jgans/mecon/>
- [2] I. Boyko, K. Vibhu, R. Sushil "Calculating Price Elasticity," *Free Patents Online, United States Patent Application Publication*, 2008. Available: [www.freepatentsonline.com](http://www.freepatentsonline.com)
- [3] J. J. Wheatley, "Price elasticities for telecommunications services with reference to developing countries," *Media@lse - The Department of Media and Communications*, WDR Dialogue Theme 3rd cycle, 2006.
- [4] Cullen International "Report II - Supply of services in monitoring regulatory and market developments for electronic communications and information society services in Enlargement Countries," June 2008.
- [5] Cullen International "Report II Annex Cross-Country Tables - Supply of services in monitoring regulatory and market developments for electronic communications and information society services in Enlargement Countries," June 2008.

## ABSTRACT

At the heart of understanding the sensitivity of demand to a price change is the *price elasticity*. In this paper, the different types of elasticity and main factors that affect the elasticity are explained. Also, the methodology for selection of the appropriate model is described. The cross-section model for calculating price elasticity and the results of the application of the model for fixed telephony services in Western Balkan countries, are presented and analyzed.

## APPLICATION OF THE CROSS-SECTION MODEL FOR ESTIMATING ELASTICITY OF DEMAND FOR TELECOM SERVICES

V. Čilerdžić, N. Gospić, V. Radojičić